



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS



CNPq
Conselho Nacional de Desenvolvimento
Científico e Tecnológico
60 ANOS

SATÉLITES ESTABILIZADOS POR ROTAÇÃO E TORQUE RADIAÇÃO SOLAR DIRETA

RELATÓRIO FINAL DE PROJETO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA
(PIBIC/CNPq/INPE)

Marlon do Vale Carvalho (UNESP, Bolsista PIBIC/CNPq)
E-mail: marlondvc@hotmail.com

Hélio Koiti Kuga (DMC/INPE, Orientador)
E-mail: hkk@dem.inpe.br

Prof^ª. Dra. Maria Cecília F. P. S. Zanardi (DMA/UNESP, Co-orientadora)
E-mail: cecilia@feg.unesp.br

Julho de 2012

AGRADECIMENTOS

Ao CONSELHO NACIONAL DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO – CNPq pelo apoio financeiro recebido através da bolsa de iniciação científica junto ao programa PIBIC do INPE.

RESUMO

Este trabalho, iniciado em agosto de 2011, foi desenvolvido por Gabriel Borderes Motta no período de agosto/2011 a janeiro/2012, tendo sido assumido por Marlon do Vale Carvalho a partir de fevereiro de 2012. O objetivo é analisar a influência do torque de pressão de radiação solar direta (TPRSD) no movimento rotacional de satélites estabilizados por rotação, implementar numericamente estas soluções e comparar os resultados com os dados reais dos Satélites Brasileiros de Coleta de Dados – SCD1 e SCD2, fornecidos pelo Centro de Controle de Satélites do INPE. Um modelo matemático para o TPRSD é apresentado, considerando o satélite sempre iluminado e de forma cilíndrica circular. As componentes do TPRSD são determinadas em um sistema fixo no satélite e uma solução analítica para as equações do movimento rotacional é proposta, a qual não afeta o módulo da velocidade de rotação do satélite. São utilizadas duas formas de abordagens na implementação numérica das soluções analíticas para a ascensão reta e declinação do eixo de rotação. Na primeira abordagem é realizada uma atualização diária dos dados de atitude e órbita com os dados fornecidos pelo INPE. Na segunda abordagem, a atualização diária dos dados não é realizada, podendo ser verificado o intervalo de tempo para o qual a teoria pode ser aplicada. Os resultados apontam que este torque tem pouca influência na ascensão reta e declinação do eixo de rotação. Para melhor validar a aplicação do modelo, aqui desenvolvido, são também analisados o erro de apontamento e o ângulo de aspecto solar. As comparações dos resultados das abordagens realizadas com os dados reais acenam para uma coerência na teoria, podendo ser aplicada na predição do movimento rotacional de satélites estabilizados por rotação, principalmente se outros torques externos de maior magnitude forem incluídos na análise.

ABSTRACT

This work was developed by Gabriel Borderes Motta in the period August/2011 janeiro/2012, having been taken over by Marlon do Vale Carvalho in February 2012. The objective is to analyze the influence of direct solar radiation pressure torque (TPRSD) in the rotational motion of spin-stabilized satellites, after that to do the numerical implementation of the analytical solutions and to compare the results with actual data from Brazilian Satellite Data Collection - SCD1 and SCD2, provided by the Satellite Control Center of INPE. A mathematical model for the TPRSD is presented, considering the satellite always illuminated and circular cylindrical shape. The components of TPRSD are determined in a satellite system and an analytical solution for the equations of the rotational motion is proposed, which does not affect the magnitude of the spin velocity of the satellite. Two types of approaches are presented for the numerical implementation of analytical solutions for the right ascension and declination of the axis of rotation. In the first approach is made a daily update of the attitude and orbit data with data provided by INPE. In the second approach, the daily update of the data is not performed, and it is possible to determine the time interval for which the approach can be applied. The results show that this torque has little influence in right ascension and declination of the axis of rotation. To validate the application of the presented theory, the pointing error and the solar aspect are also analyzed. Comparison of the results of the approaches with the actual data shows a consistency in the theory and can be applied to predict the rotational movement by rotation stabilized satellite, especially if other external torques of greater magnitude are included in the analysis.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	- Representação do Sistema Geocêntrico $O'XYZ$	24
Figura 2	- Representação do Sistema Equatorial $OXYZ$	25
Figura 3	- Sistema equatorial (X,Y,Z) , sistema do satélite (x,y,z) , ascensão reta (α) e declinação (δ) do eixo de rotação (z)	26
Figura 4	- Sistema Geocêntrico (X, Y, Z) e Sistema Orbital (x_s, y_s, z_s)	27
Figura 5	- Sistema do satélite (x, y, z) e sistema principal (x^*, y^*, z^*)	32
Figura 6	- Geometria da incidência da luz solar sobre o elemento de superfície.	38
Figura 7	- Esquematização do Erro de Apontamento	45
Figura 8	- Esquematização do Ângulo de Aspecto Solar.....	48
Figura 9	- Restrição para o ângulo de aspecto solar para o SCD1.. e SCD2....	48
Figura 10	- Ascensão Reta x Tempo (SCD1)	52
Figura 11	- Declinação do Eixo de Rotação x Tempo (SCD1).....	52
Figura 12	- Diferença entre Ascensão Reta Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios (SCD1).....	53
Figura 13	- Diferença entre Declinação do Eixo de Rotação calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios (SCD1).....	53

Figura 14	-	Erro de apontamento x Tempo (SCD1).....	54
Figura 15	-	Ângulo de aspecto solar(SCD1).....	55
Figura 16	-	Diferença entre Ângulo de aspecto solar Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios (SCD1).....	53
Figura 17	-	Ascensão Reta x Tempo (SCD2).....	57
Figura 18	-	Declinação do Eixo de Rotação x Tempo (SCD2).....	57
Figura 19	-	Diferença entre Ascensão Reta Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios (SCD2).....	58
Figura 20	-	Diferença entre Declinação do Eixo de Rotação Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios (SCD2).....	58
Figura 21	-	Erro de Apontamento x Tempo (SCD2).....	59
Figura 22	-	Ângulo de aspecto solar(SCD2).....	60
Figura 23	-	Diferença entre Ângulo de aspecto solar Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios (SCD2).....	61

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	- Dados do satélite SCD1 fornecidas pelo CCS/INPE, sendo α - ascensão reta do eixo de rotação, δ - declinação do eixo de rotação do satélite, W - velocidade de rotação..... 21
Tabela 2	- Dados do satélite SCD2 fornecidas pelo CCS/INPE, Sendo que os Dias Destacados Representam a Ocorrência de Controle de Atitude..... 22
Tabela 3	- Valores encontrados e as diferenças entre os resultados teóricos e fornecidos pelo CCS/INPE para ascensão reta e declinação para 24/07 -31/07 61
Tabela 4	- Valores encontrados e as diferenças entre os resultados teóricos e fornecidos pelo CCS/INPE para erro de apontamento e ângulo de aspecto solar para 24/07 -31/07. 62
Tabela 5	- Valores encontrados e as diferenças entre os resultados teóricos e fornecidos pelo CCS/INPE para ascensão reta e declinação para 19/08 -26/08. 62
Tabela 6	- Valores encontrados e as diferenças entre os resultados teóricos e fornecidos pelo CCS/INPE para erro de apontamento e ângulo de aspecto solar para 19/08 -26/08.. 62
Tabela 7	- Valores encontrados e as diferenças entre os resultados teóricos e fornecidos pelo CCS/INPE para ascensão reta e declinação para 21/08 -25/08. 63
Tabela 8	- Valores encontrados e as diferenças entre os resultados teóricos e fornecidos pelo CCS/INPE para erro de apontamento e ângulo de aspecto solar para 21/08 -25/08. 63
Tabela 9	- Médias e desvio padrão para o período de 24/07 -31/07 63
Tabela 10	- Médias e desvio padrão para o período de 19/08 -26/08 64

Tabela 11	-	Medias e desvio padrão para o período de 21/08 -25/08	64
Tabela 12	-	Valores encontrados e as diferenças entre os resultados teóricos e fornecidos pelo CCS/INPE para ascensão reta e declinação para 01/02 -04/02.	63
Tabela 13	-	Valores encontrados e as diferenças entre os resultados teóricos e fornecidos pelo CCS/INPE para erro de apontamento e ângulo de aspecto solar para 01/02 -04/02.	65
Tabela 14	-	Valores encontrados e as diferenças entre os resultados teóricos e fornecidos pelo CCS/INPE para ascensão reta e declinação para 05/02 -11/02.	66
Tabela 15	-	Valores encontrados e as diferenças entre os resultados teóricos e fornecidos pelo CCS/INPE para erro de apontamento e ângulo de aspecto solar para 05/02 -11/02.	66
Tabela 16	-	Valores encontrados e as diferenças entre os resultados teóricos e fornecidos pelo CCS/INPE para ascensão reta e declinação para 12/02 -23/02.	67
Tabela 17	-	Valores encontrados e as diferenças entre os resultados teóricos e fornecidos pelo CCS/INPE para erro de apontamento e ângulo de aspecto solar para 12/02 -23/02.	67
Tabela 18	-	Valores encontrados e as diferenças entre os resultados teóricos e fornecidos pelo CCS/INPE para ascensão reta e declinação para 24/02 -28/02.	68
Tabela 19	-	Valores encontrados e as diferenças entre os resultados teóricos e fornecidos pelo CCS/INPE para erro de apontamento e ângulo de aspecto solar para 24/02 -28/02.	68
Tabela 20	-	Medias e desvio padrão para o período de 01/02 -04/02.	69
Tabela 21	-	Medias e desvio padrão para o período de 05/02 -11/02	69
Tabela 22	-	Medias e desvio padrão para o período de 12/02 -23/02..	69

Tabela 23	-	Medias e desvio padrão para o período de 24/02 -28/02	69
Tabela 24	-	Medias comparativas das duas abordagens para o SCD1 e SCD2	70
Tabela A1	-	Ascensão reta e declinação do sol para o período de simulação do SCD1.....	79
Tabela A2	-	Ascensão reta e declinação do sol para o período de simulação do SCD2.....	80

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CCS	Centro de Rastreo e Controle de Satélite
INPE	Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
SCD1	Primeiro Satélite Brasileiro de Coleta de Dados
SCD2	Segundo Satélite Brasileiro de Coleta de Dados
CM	Centro de Massa
CP	Centro de Pressão
TPRS	Torque de Pressão de Radiação Solar Direta

LISTA DE SÍMBOLOS

A	matriz de rotação que representa o sistema orbital em termo do sistema principal	[1]
a_s	semi eixo maior	[m]
B	matriz de rotação que representa o sistema equatorial em termo do sistema principal	[1]
c	velocidade da luz	[m/s]
dS	elemento de superfície	[m ²]
e	excentricidade	[1]
h	altura do satélite	[m]
h_t	momento angular de translação	[kg.m ² /s]
I	inclinação orbital	[°]
I_x, I_y e I_z	componentes principais do momento de inércia	[kg.m ²]
$\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$	vetores unitários dos sistemas de coordenadas geocêntrico e equatorial	[1]
$\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$	vetores unitários do sistema de coordenadas do satélite	[1]
$\hat{i}^*, \hat{j}^*, \hat{k}^*$	vetores unitários do sistema de coordenadas principal	[1]
$\hat{i}_s, \hat{j}_s, \hat{k}_s$	vetores unitários do sistema de coordenadas orbital	[1]
\vec{N}	torque de pressão de radiação solar	[N.m]
N_x, N_y, N_z	componentes do torque de pressão de radiação solar em termos do sistema de coordenadas do satélite	[N.m]
N'_x, N'_y, N'_z	componentes do torque de pressão de radiação solar em termos do sistema de coordenadas do satélite	[N.m]
N_{xm}, N_{ym}, N_{zm}	componentes do torque de pressão de radiação solar médio	[N.m]
\hat{n}	o vetor unitário da direção normal à superfície	[1]

n_x, n_y, n_z	componentes do vetor unitário da direção normal à superfície	[1]
p	pressão de radiação solar	[kW.s/m ³]
Q_1	matriz de rotação que representa o sistema do satélite em termo do sistema equatorial	[1]
Q_1^t	matriz de rotação que representa o sistema do equatorial em termo do sistema do satélite	[1]
Q_2	matriz de rotação que representa o sistema orbital em termo do sistema geocêntrico	[1]
Q_3	matriz de rotação que representa o sistema orbital em termo do sistema do satélite	[1]
Q_4	matriz de rotação que representa o sistema do satélite em termo do sistema	[1]
R'	distância da superfície atingida pelo fluxo ao Sol	[m]
R	distância do centro de massa do satélite ao Sol	[m]
R_s	vetor que une a Terra e o Sol	[m]
r_c	raio da órbita circular	[m]
\vec{r}	vetor posição de um elemento de área	[m]
\vec{r}'	vetor que une o <i>CM</i> do satélite e ao <i>CM</i> da Terra	[m]
S_0	constante solar	[kW/m ²]
\bar{S}	fluxo de energia radiante	[kW/m ²]
T	período orbital	[s]
t	tempo	[s]
\hat{u}	vetor unitário na direção de incidência do fluxo de radiação solar	[1]
u_x, u_y, u_z	componentes do vetor unitário na direção de incidência do fluxo de radiação solar	[1]

α	ascensão reta do eixo de rotação do satélite	[°]
α_{INPE}	ascensão reta do eixo de rotação do satélite fornecido pelo CRC/INPE	[°]
α_{Sol}	ascensão reta do eixo de rotação do sol	[°]
α_{TPRS}	ascensão reta do eixo de rotação do satélite calculado levando em conta o TPRS	[°]
β	total de fótons refletidos especularmente pela superfície dividido pela parcela dos que chocam com a superfície que é refletida difusamente ou especularmente	[1]
\square	ângulo de aspecto solar	[°]
δ	declinação do eixo de rotação	[°]
γ	parcela de todos os fótons que chocam com a superfície que é refletida difusamente ou especularmente	[1]
η	erro de apontamento	[°]
ν	anomalia verdadeira	[°]
θ	ângulo de rotação entre o sistema principal e o do satélite	[°]
θ_i	ângulo de incidência	[°]
Ω	longitude do nodo ascendente	[°]
ω	argumento do perigeu	[°]
$\bar{\omega}$	latITUDE verdadeira	[°]

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	16
1.1 Objetivos.....	17
1.2 Justificativa e Motivação.....	17
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	18
2.1. Os Satélites Brasileiros de Coleta de Dados	18
2.2. Sistema de coordenadas	23
2.2.1 Sistema de Coordenadas Geocêntrico	24
2.2.2 Sistema de Coordenadas Equatorial	24
2.2.3 Sistema de Coordenadas do Satélite	25
2.2.4 Sistema de Coordenadas Principal	26
2.2.5 Sistema de Coordenadas Orbital	27
2.2.6 Relações Entre Sistemas de Coordenadas	27
2.2.7 Sistema de Coordenadas Equatorial e do Satélite	29
2.2.8 Sistema de Coordenadas Geocêntrico e Orbital	30
2.2.9 Sistemas de Coordenadas do Satélite e Orbital	30
2.2.10 Sistemas de Coordenadas do Satélite e Principal	31
2.2.11 Sistemas de Coordenadas do Orbital e Principal	32
2.2.12 Sistemas de Coordenadas Equatorial e Principal	33
2.3 Torque de pressão de radiação solar direto	34
2.3.1 Conceito de Força e Torque de Pressão de Radiação Solar	35
2.3.2 Pressão de Radiação Solar	36
2.3.3 Força de Pressão de Radiação Solar Direta	37
2.3.4 Torque de Radiação Solar e Suas Componentes	38
2.3.5 Aplicação ao Satélite Cilíndrico	39

2.3.6. Determinação dos Componentes do Torque de Pressão de Radiação Solar Médio	41
2.4. Solução Analítica para as equações do Movimento	42
2.5 Erro de apontamento e ângulo de aspecto solar	44
2.5.1 Erro de Apontamento	45
2.5.2 Cálculo do Erro de Apontamento	45
2.5.3 Ângulo de Aspecto Solar	46
2.5.4 Cálculo do Ângulo de Aspecto Solar	48
3 RESULTADOS	49
3.1 Primeira abordagem: com atualização de dados	50
3.1.1 Resultados para o SCD1	51
3.1.1.1 Ascensão Reta e Declinação do Eixo de Rotação	51
3.1.1.2 Erro de Apontamento e Ângulo de Aspecto Solar	54
3.1.2. Resultados para o SCD2	56
3.1.2.1. Ascensão Reta e Declinação do Eixo de Rotação	56
3.1.2.2. Erro de Apontamento e Ângulo de Aspecto Solar	58
3.2 Simulações sem atualização de dados.	61
3.2.1. Resultados para o SCD1	61
3.2.2. Resultados para o SCD2	65
3.3 Comparação entre as duas abordagens	70
4 CONCLUSÕES	71
REFERÊNCIAS	74
APÊNDICE A - ASCENSÃO RETA E DECLINAÇÃO DO SOL	79

1 INTRODUÇÃO

O sucesso de missões espaciais envolvendo satélites artificiais depende da posição e orientação em que estes se encontram no espaço, pois os veículos espaciais carregam instrumentos à bordo, os quais precisam ser posicionados e direcionados com muita precisão. Assim, conhecer a atitude do satélite, bem como comandar uma atitude desejada são indispensáveis para o bom desempenho da missão a que ele se destina. Porém, a ação contínua de forças, oriundas do meio onde os satélites orbitam, influencia significativamente no movimento destes, ou seja, na atitude e na órbita destes satélites.

A análise da atitude de satélites na presença de torques externos torna-se necessário, e pode ser realizada através da determinação de soluções para as equações do movimento rotacional, nas quais são incluídas as parcelas dos torques ambientais. Neste trabalho o enfoque é dado aos satélites estabilizados por rotação (para os quais o eixo de rotação se alinha com o eixo de maior momento principal de inércia) sob atuação exclusiva do Torque de Pressão de Radiação Solar (TPRS). Os demais torques ambientais (Torque de Gradiente de Gravidade, Torque Aerodinâmico, Torques Magnéticos) não são aqui considerados, apesar de poderem afetar significativamente a atitude do satélite

O modelo matemático para o TPRS aqui apresentado foi desenvolvido por Zanardi (1993) para um satélite em órbita elíptica, utilizando variáveis de Andoyer para descrever o movimento rotacional, com aplicação para um satélite cilíndrico circular. Neste trabalho, esse modelo é adaptado para um satélite estabilizado por rotação em órbita circular.

O TPRS é causado pela Força de Pressão de Radiação Solar, a qual é gerada pelo contínuo fluxo de fótons que se chocam com a superfície do satélite. A transferência de momento dos fótons para o satélite origina a Força de Radiação Solar. Nesse trabalho será considerado um satélite de forma cilíndrica, em órbita circular, com a força de radiação solar oriunda apenas da incidência direta da luz solar sobre a superfície do satélite. É também admitido que o satélite está sempre iluminado, não incluindo nas equações do movimento a função sombra da Terra,

associada à fase da órbita em que a Terra produz uma sombra sobre o satélite de modo que a força de pressão de radiação solar direta se anula (VILHENA DE MORAES, ZANARDI, 1997).

As equações do movimento rotacional de satélites estabilizados por rotação são descritas em termos da ascensão reta (α) e da declinação do eixo de rotação do satélite (δ). Neste trabalho é considerado que a órbita do satélite ao redor da Terra é conhecida, aproximada inicialmente pela órbita Kepleriana, sendo posteriormente incluídas as principais variações devido ao achatamento da Terra. Estas equações do movimento dependem dos componentes dos torques externos atuantes no satélite, expressas em um sistema fixo no satélite, no qual o eixo z coincide com o eixo de rotação do satélite., sendo que apenas as parcelas do TPRS são substituídas nas equações.

A solução analítica obtida para as equações do movimento são implementadas numericamente com o auxílio do software MATLAB e os resultados comparados com os dados reais dos Satélites Brasileiros de Coleta de Dados – SCD1 e SCD2,. Fornecido pelo Centro de Controle de Satélites (CCS) do INPE.

Este trabalho foi desenvolvido inicialmente por Gabriel Borderes Mota no período de agosto/2011 a janeiro/2012, sendo assumido por Marlon. do Vale Carvalho em fevereiro/2012.

1.1. Objetivos

Analisar a influência do torque de pressão de radiação solar direta no movimento rotacional de satélites artificiais estabilizados por rotação. Aplicações serão feitas para os dados reais dos Satélites Brasileiros de Coleta de Dados – SCD1 e SCD2.

1.2. Motivação

Soluções analíticas para as equações do movimento rotacional de satélites estabilizados por rotação já foram determinadas em trabalhos anteriores (QUIRELLI, 2002; ASSIS, 2004; GARCIA, 2007; Chiaradia, 2007; CHIARADA, 2010; MOTTA, 2011), considerando outros torques externos (gradiente de gravidade, aerodinâmico, magnético residual, magnético induzido

radiação solar). Assim este trabalho estará complementando esses projetos anteriores, principalmente o de MOTTA (2011).

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. Os Satélites Brasileiros de Coleta de Dados

Os Satélites Brasileiros de Coleta de Dados SCD1 e SCD2 podem ser considerados como os dois marcos mais importantes das atividades espaciais brasileiras, pois foram os primeiros a serem concebidos, projetados e fabricados no Brasil (WINTER, PRADO, 2007). Estes satélites possuem o eixo de rotação nominal alinhado como eixo de maior momento principal de inércia, ou seja, são satélites estabilizados por rotação e são adequadas para aplicação da teoria analítica aqui proposta.

A missão do SCD1 e SCD2 consiste, basicamente, em retransmitir, em direção às estações receptoras (estações de rastreamento de Cuiabá e Alcântara, no caso), os dados obtidos por uma rede de Plataformas Automáticas de Coleta de Dados Ambientais (PCD) distribuídas ao longo do território nacional. Cada plataforma, após coletar os dados relativos à sua aplicação específica, transmite-os na banda de frequência UHF, em aproximadamente 400 MHz. Quando o satélite passa sobre a região de visibilidade (alcance das antenas) da estação, os sinais das plataformas que se encontram visíveis ao satélite são captados e retransmitidos à estação onde os dados são gravados. Após a passagem do satélite, estes dados são transmitidos ao Centro de Controle de Missão, em Cachoeira Paulista, onde, então, são processados e distribuídos aos usuários para suas análises e pesquisas.

O contato entre o sistema de controle de solo e um satélite é estabelecido pelas estações de rastreamento, quando o satélite passa sobre a região de visibilidade (alcance) de suas antenas. Durante períodos de visibilidade (ou passagens do satélite), o sinal transmitido pelo satélite é captado pela antena da estação, sendo estabelecido um enlace descendente de comunicação. O sinal recebido contém as informações (dados) de telemetria que revelam o

estado atual de funcionamento do satélite. Uma vez estabelecido o enlace descendente, a estação estabelece também um enlace ascendente, que é utilizado para envio de telecomandos (comandos para o satélite), e execução de medidas de rastreo (distância e velocidade), utilizados para manutenção e operação do satélite.

O SCD1 e o SCD2 foram injetados em órbitas praticamente circulares semelhantes, da ordem de 750 Km de altitude, e de 25° de inclinação em relação ao plano do equador. Esses satélites realizam aproximadamente um total de 14 órbitas a cada 24 horas. Destas 14 passagens diárias, devido à inclinação do plano orbital, em média, apenas 8 passagens consecutivas são visíveis pela estação de Cuiabá, que é a estação de rastreo primária utilizada no controle. Deste modo, a cada 24 horas, ocorre um intervalo de tempo correspondente em média a 6 órbitas (aproximadamente 10 horas) em que não há passagens de um dos satélites sobre Cuiabá. Os parâmetros orbitais do SCD2 foram projetados de maneira tal que seu ciclo diário de passagens consecutivas por Cuiabá fosse complementar ao ciclo de passagens do SCD1, a fim de que o período diário em que não há passagens de um satélite seja coberto pelo outro.

O SCD1 foi lançado em 9 de fevereiro de 1993 às 14:42:20 UTC. Foi colocado em órbita pelo lançador norte-americano Pégasus. Neste veículo lançador o satélite é transportado fixo a um avião até um determinado ponto, onde é liberado, após alguns segundos de queda livre seus propulsores são acionados, iniciando-se o lançamento (ORLANDO, LOPES, KUGA, 1997; WINTER, PRADO, 2007). Este satélite foi lançado com rotação de 120rpm, não possui controle de órbita e tem sua atitude estabilizada inercialmente por rotação que decai ao longo do tempo sob o efeito de torques ambientais, notadamente o torque magnético residual e os gerados pelas correntes de Foucault. Em 2002 o SCD1 apresentava ainda uma rotação de 50 rpm.

O SCD2, segundo satélite de coleta de dados, projetado, construído, e operado em órbita pelo INPE, foi lançado em 22 de Outubro de 1998, também pelo lançador norte-americano Pégasus (KUGA, ORLANDO, LOPES, 1999; WINTER, PRADO, 2007). Exatamente às 22:12:57 horas (horário de Brasília) ocorreu a separação entre o satélite e o último estágio do lançador, concluindo o lançamento com êxito e garantindo a continuidade

do Programa de Coleta de Dados Ambientais. Aproximadamente 12 segundos após a separação entre o satélite e o último estágio do foguete lançador, o SCD2 entrou na região de visibilidade (alcance) da estação de rastreamento de Alcântara. A antena da estação imediatamente captou o sinal transmitido pelo SCD2, o que indicava que o transmissor de telecomunicações de serviço do satélite, que deveria ser automaticamente ativado durante a separação, estava ativo.

Este satélite foi lançado com rotação de 120rpm, não possui controle de órbita e tem sua atitude estabilizada autonomamente em torno de 32rpm, através de um sistema de controle de rotação autônomo.

As Tabelas 1 e 2 apresentam os dados de atitude do SCD1 e SCD2 fornecidos pelo Centro de Controle de Satélite (CCS) do INPE para o intervalo de tempo considerado nas simulações a serem realizadas. Para o SCD1 os dados fornecidos pelo CCS referem-se ao início da vida do satélite, com data inicial de 24 de julho de 1993 às 0h GMT, durante o qual o SCD1 experimentou um forte decaimento de cerca de 5rpm em 40 dias. Para o SCD2 foi escolhido um período arbitrário, durante o qual foram executadas manobras de reorientação de atitude do eixo de rotação, com data inicial de 01 de fevereiro de 2002 às 0h GMT.

Os dados de órbita para o primeiro dia de simulação são:

SCD1: Semi-eixo maior = 7139615,83 m

Excentricidade = 0,00454

Inclinação = 25°

Ascensão reta do nodo ascendente = 260,43°

Argumento do perigeu = 260,23°

Anomalia média = 102,89°

SCD2: Semi-eixo maior = 7133679,70 m

Excentricidade = 0,00175

Inclinação = 25,01°

Ascensão reta do nodo ascendente = 88,30°

Argumento do perigeu = 288,21°

Anomalia média = 300,03°

Tabela 1 – Dados do satélite SCD1 fornecidas pelo CCS/INPE, sendo α - ascensão reta do eixo de rotação, δ - declinação do eixo de rotação do satélite, W - velocidade de rotação.

Dia-SCD1	α_{INPE} (°)	δ_{INPE} (°)	W_{INPE} (rpm)
24/7/1993	234,1000	77,3000	90,8100
25/7/1993	233,7400	77,6900	90,7100
26/7/1993	233,5400	78,0900	90,6200
27/7/1993	233,5300	78,5000	90,5200
28/7/1993	233,7300	78,9300	90,4200
29/7/1993	234,1400	79,3500	90,3300
30/7/1993	234,8300	79,7800	90,2300
31/7/1993	235,8000	80,2000	90,1200
1/8/1993	237,1200	80,6000	90,0200
2/8/1993	238,8200	80,9900	89,9100
3/8/1993	240,8900	81,3400	89,8100
4/8/1993	244,0400	81,8600	89,5400
5/8/1993	246,6200	82,1200	89,3500
6/8/1993	249,5300	82,3300	89,1600
7/8/1993	252,7400	82,4800	88,9700
8/8/1993	256,1500	82,5800	88,7900
9/8/1993	259,7000	82,6000	88,5900
10/8/1993	263,2000	82,5600	88,4100
11/8/1993	266,5500	82,4400	88,2200
12/8/1993	269,7000	82,2800	88,0300
13/8/1993	272,5400	82,0600	87,8500
14/8/1993	275,7500	81,8500	87,6100
15/8/1993	277,4500	81,6200	87,4200
16/8/1993	278,9000	81,3700	87,2400
17/8/1993	280,0900	81,1000	87,0600
18/8/1993	281,0100	80,8200	86,8800
19/8/1993	281,7400	80,5300	86,7100
20/8/1993	282,2400	80,2300	86,5400

21/8/1993	282,5700	79,9300	86,3700
22/8/1993	282,7000	79,6400	86,2100
23/8/1993	282,6700	79,3500	86,0400
24/8/1993	283,5000	79,2200	85,8800
25/8/1993	283,0100	78,9500	85,8000
26/8/1993	282,4300	78,7000	85,7300
27/8/1993	281,7600	78,4800	85,6600
28/8/1993	281,0100	78,2700	85,5800
29/8/1993	280,1800	78,0800	85,5100
30/8/1993	279,2900	77,9100	85,4400
31/8/1993	278,3400	77,7800	85,3700
1/9/1993	277,3600	77,6700	85,3100

Tabela 2 – Dados do satélite SCD2 fornecidas pelo CCS/INPE, sendo que os dias destacados representam a ocorrência de controle de atitude.

Dia	α_{INPE} (°)	δ_{INPE} (°)	W_{INPE} (rpm)
1/2/2002	281,7200	62,7400	34,5700
2/2/2002	281,5300	62,9499	34,5900
3/2/2002	281,3800	63,2019	34,6100
4/2/2002	281,2800	63,4429	34,6300
5/2/2002	280,0500	63,3900	34,6300
6/2/2002	280,0600	63,4747	34,6200
7/2/2002	280,0900	63,5517	34,6200
8/2/2002	280,1300	63,6142	34,6100
9/2/2002	280,1800	63,6780	34,6100
10/2/2002	280,2500	63,7348	34,6000
11/2/2002	280,3100	63,7863	34,6000
12/2/2002	278,7100	63,4700	34,4800
13/2/2002	278,7300	63,5146	34,4200
14/2/2002	278,7400	63,4636	34,3700
15/2/2002	278,7400	63,4090	34,3100
16/2/2002	278,7200	63,3570	34,2600
17/2/2002	278,6800	63,3160	34,2000

18/2/2002	278,6300	63,2964	34,1400
19/2/2002	278,5700	63,2926	34,0800
20/2/2002	278,5000	63,3014	34,0200
21/2/2002	278,4200	63,3170	33,9600
22/2/2002	278,3300	63,3421	33,9000
23/2/2002	278,2300	63,3590	33,8300
24/2/2002	276,6000	61,2200	33,6900
25/2/2002	276,4200	61,1443	33,6900
26/2/2002	276,2000	60,9304	33,5500
27/2/2002	275,9400	60,7028	33,4800
28/2/2002	275,6400	60,4678	33,4000
1/3/2002	273,7500	59,4002	33,4300
2/3/2002	273,3900	59,1207	33,4100
3/3/2002	272,9700	58,8507	33,3800
4/3/2002	272,5200	58,5730	33,3500
5/3/2002	271,6300	58,2500	33,3400
6/3/2002	271,1400	57,9950	33,3600
7/3/2002	270,6300	57,7446	33,3800
8/3/2002	270,0700	57,5159	33,4000
9/3/2002	269,4900	57,3094	33,4200
10/3/2002	268,8700	57,1157	33,4400
11/3/2002	268,2400	56,9538	33,4600
12/3/2002	267,8400	56,7966	33,5100

2.2. Sistema de coordenadas

Neste t3pico s3o introduzidos os sistemas de refer4ncia que ser3o utilizados durante o desenvolvimento deste trabalho bem como as matrizes de rota33o que os relacionam. As matrizes de rota33o s3o definidas em termos de conjuntos de 3ngulos de Euler, que envolvem os elementos orbitais (longitude do nodo ascendente (Ω), inclina33o orbital (I), anomalia verdadeira (ν), argumento do perigeu (ω)), a ascens3o reta (α) e declina33o do eixo de rota33o (δ) do sat3elite e a velocidade rota33o do sat3elite (W).

As matrizes de rotação que relacionam os diversos sistemas de referência são utilizadas para determinar os componentes do TPRS no sistema fixo no satélite, os quais são necessários nas equações do movimento rotacional de satélites estabilizados por rotação.

2.2.1 Sistema de Coordenadas Geocêntrico

O sistema de coordenadas denominado geocêntrico (BATE, 1971), representado por $O'XYZ$, possui sua origem no centro de massa da Terra, com o plano de referência $O'XY$ paralelo ao plano do equador terrestre, com o eixo $O'X$ apontando na direção do ponto vernal (intersecção do plano da eclíptica com o plano do equador terrestre), o eixo $O'Z$ na direção do pólo norte e o eixo $O'Y$ forma o sistema dextrógiro. Os vetores unitários deste sistema são representados por $\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$. Este sistema está representado na Figura 1.

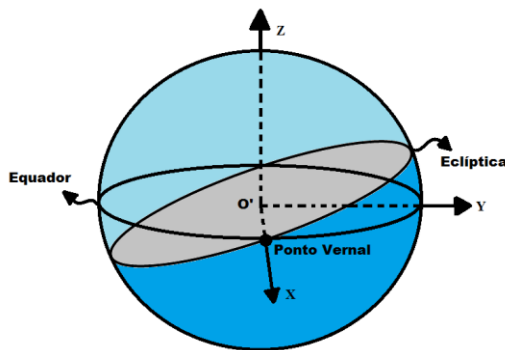


Figura 1 – Representação do Sistema Geocêntrico $O'XYZ$

2.2.2 Sistema de Coordenadas Equatorial

Neste sistema $OXYZ$ (KUGA et al, 1987a, 1987b), representado na Figura 2, a origem coincide com o centro de massa do satélite O e os eixos são paralelos aos do sistema geocêntrico. Assim os vetores unitários deste sistema também são representados por $\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$.

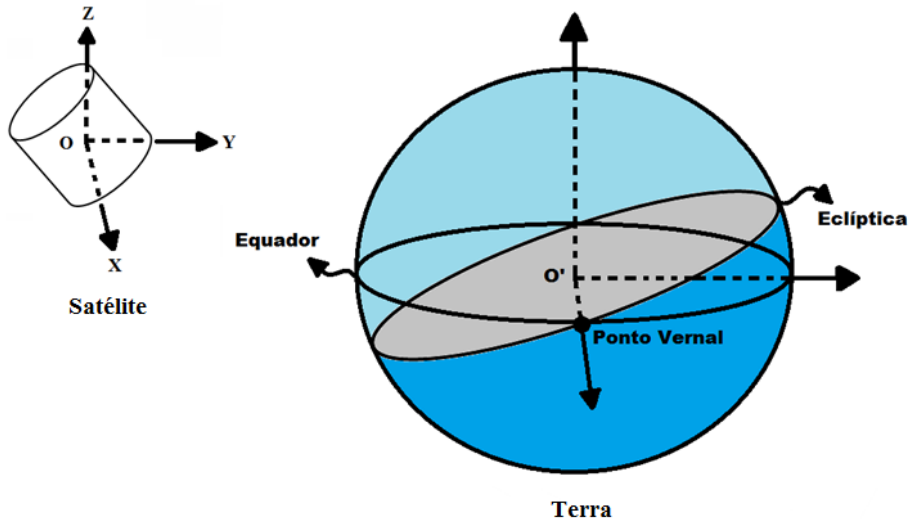


Figura 2 – Representação do Sistema Equatorial OXYZ

2.2.3 Sistema de Coordenadas do Satélite

O sistema do satélite Oxyz (KUGA, SILVA, GUEDES, 1987) possui sua origem no centro de massa do satélite O, com o eixo Oz na direção do eixo de rotação do satélite (\hat{k}), com o plano Oxy sendo perpendicular a Oz, com o eixo Ox na intersecção de Oxy com o plano equatorial OXY e o eixo Oy formando o sistema dextrógiro. O plano Oxy é chamado de plano de rotação. Os vetores unitários deste sistema são representados por $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$. Este sistema está representado na Figura 3, juntamente com o sistema equatorial, onde também estão representados os ângulos da ascensão reta α e declinação δ que expressam a posição do eixo de rotação em relação ao sistema equatorial, sendo definidos por:

α – ângulo que a projeção do eixo de rotação \hat{k} no plano OXY forma com o eixo OX;

δ – ângulo que o eixo de rotação \hat{k} forma com o plano OXZ.

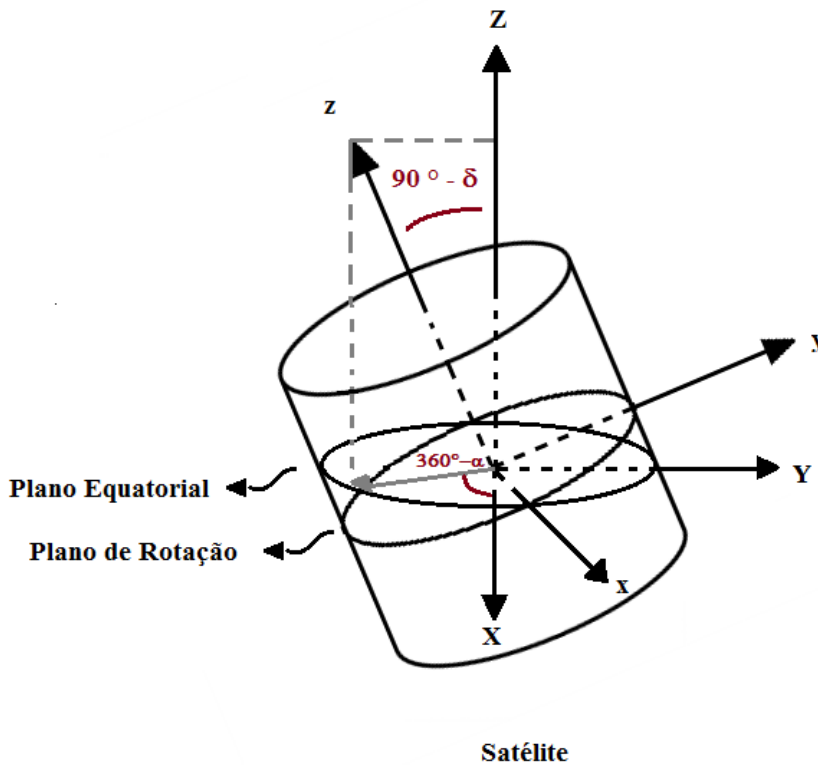


Figura 3 - Sistema equatorial (X,Y,Z), sistema do satélite (x,y,z), ascensão reta (α) e declinação (δ) do eixo de rotação (z)

2.2.4 Sistema de Coordenadas Principal

O sistema de coordenadas principal $Ox^*y^*z^*$ tem sua origem no centro de massa do satélite e possui seus eixos coincidentes com as direções dos eixos principais de inércia do satélite. Se considerarmos que o eixo Oz^* está associado com o maior momento principal de inércia do satélite, então o eixo Oz do sistema do satélite é coincidente com o eixo Oz^* deste sistema. Os versores deste sistema são representados por $\hat{i}^*, \hat{j}^*, \hat{k}^*$.

2.2.5 Sistema de Coordenadas Orbital

O sistema orbital $O'x_Sy_Sz_S$ possui sua origem no centro de massa da Terra O' e está associado com o movimento translacional do satélite em torno da Terra, sendo que o plano $O'x_Sy_S$ coincide com o plano orbital, o eixo $O'x_S$ está na direção radial (que une o centro de massa do satélite ao centro de massa da Terra), $O'z_S$ é perpendicular ao plano orbital e $O'y_S$ forma o sistema dextrogiro. Os vetores unitários deste sistema são representados por $\hat{i}_S, \hat{j}_S, \hat{k}_S$.

Este sistema está representado na Figura 4, juntamente o sistema geocêntrico e os ângulos de longitude do nodo ascendente Ω , argumento do pericentro (ω), inclinação orbital (I) e anomalia verdadeira (v).

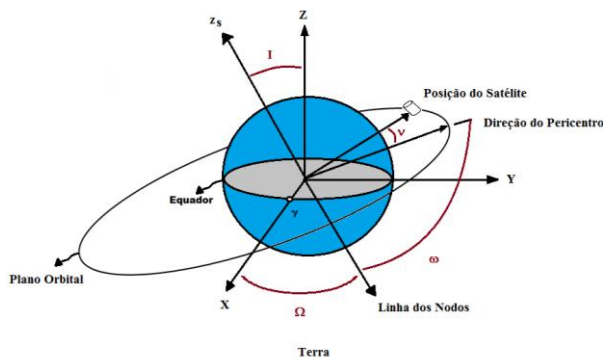


Figura 4 - Sistema Geocêntrico ($O'XYZ$) e Sistema Orbital ($O'x_Sy_Sz_S$).

(MOTTA,2011)

2.2.6 Relações Entre Sistemas de Coordenadas

Neste item serão apresentadas as matrizes de rotação que relacionam os diversos sistema de coordenadas.

2.2.7 Sistema de Coordenadas Equatorial e do Satélite

Na Figura 3 observamos que o sistema do satélite Oxyz (com versores $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$) é obtido do sistema equatorial OXYZ (com versores $\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$) por uma seqüência de duas rotações (KUGA, SILVA, GUEDES, 1987):

- $(\alpha - 270^\circ)$ no eixo OZ;
- $(90^\circ - \delta)$ no eixo Ox;

de modo que a relação entre estes dois sistemas é dada por:

$$\begin{pmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{pmatrix} = Q_1 \begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix} \quad (1)$$

com:

$$Q_1 = \begin{pmatrix} -\text{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ -\cos(\alpha)\text{sen}(\delta) & -\text{sen}(\alpha)\text{sen}(\delta) & \cos(\delta) \\ \cos(\alpha)\cos(\delta) & \text{sen}(\alpha)\cos(\delta) & \text{sen}(\delta) \end{pmatrix} \quad (2)$$

Na determinação dos componentes dos torques externos ao longo deste trabalho muitas vezes será necessário representar os versores do sistema equatorial em termos do sistema do satélite. Assim como a matriz de rotação é ortogonal, ou seja, sua inversa é igual a sua transposta, e a partir da equação (1) tem-se:

$$\begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix} = Q_1^t \begin{pmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{pmatrix} \quad (3)$$

2.2.8 Sistema de Coordenadas Geocêntrico e Orbital

O sistema orbital (Figura 4) relaciona-se com o sistema geocêntrico através dos elementos orbitais (longitude do nodo ascendente Ω , a inclinação orbital (I), e a latitude verdadeira ($v + \omega$)), ou seja, o sistema orbital (com versores $\hat{i}_S, \hat{j}_S, \hat{k}_S$) é obtido do sistema equatorial (versores $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$) através da seqüência de ângulos de Euler 3-1-3, ou seja são necessárias três rotações consecutivas:

- I - rotação de Ω no eixo OZ;
- II - rotação de I no eixo intermediário Ox';
- III - rotação de $(\omega+v)$ no eixo Oz_S.

Realizando as três rotações necessárias encontramos a relação expressa por:

$$\begin{pmatrix} \hat{i}_S \\ \hat{j}_S \\ \hat{k}_S \end{pmatrix} = Q_2 \begin{pmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{pmatrix} \quad (4)$$

onde

$$Q_2 = \begin{pmatrix} (q_2)_{11} & (q_2)_{12} & (q_2)_{13} \\ (q_2)_{21} & (q_2)_{22} & (q_2)_{23} \\ (q_2)_{31} & (q_2)_{32} & (q_2)_{33} \end{pmatrix} \quad (5)$$

e

$$\begin{aligned}
(q_2)_{11} &= \cos(\Omega) \cos(\omega+v) - \sin(\Omega) \sin(\omega+v) \cos(I) \\
(q_2)_{12} &= \sin(\Omega) \cdot \cos(\omega+v) + \cos(\Omega) \cdot \sin(\omega+v) \cdot \cos(I) \\
(q_2)_{13} &= \sin(\omega+v) \cdot \sin(I) \\
(q_2)_{21} &= -\cos(\Omega) \cdot \sin(\omega+v) - \sin(\Omega) \cdot \cos(\omega+v) \cdot \cos(I) \\
(q_2)_{22} &= -\sin(\Omega) \cdot \sin(\omega+v) + \cos(\Omega) \cdot \cos(\omega+v) \cdot \cos(I) \\
(q_2)_{23} &= \cos(\omega+v) \cdot \sin(I) \\
(q_2)_{31} &= \sin(\Omega) \cdot \sin(I) \\
(q_2)_{32} &= -\cos(\Omega) \cdot \sin(I) \\
(q_2)_{33} &= \cos(I)
\end{aligned} \tag{6}$$

2.2.9 Sistemas de Coordenadas do Satélite e Orbital

A relação entre os sistemas de coordenadas orbital $(\hat{i}_S, \hat{j}_S, \hat{k}_S)$ e do satélite $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ são obtidas utilizando as relações dadas nas Eqs (3.3) e (3.5), de modo que:

$$Q_3 = \begin{pmatrix} (q_3)_{11} & (q_3)_{12} & (q_3)_{13} \\ (q_3)_{21} & (q_3)_{22} & (q_3)_{23} \\ (q_3)_{31} & (q_3)_{32} & (q_3)_{33} \end{pmatrix} \tag{7}$$

com:

$$\begin{aligned}
(q_3)_{11} &= \left\{ \begin{array}{l} -\sin(\alpha) [\cos(\Omega) \cos(\omega+v) - \sin(\Omega) \sin(\omega+v) \cos(I)] \\ \cos(\alpha) [\sin(\Omega) \cos(\omega+v) + \cos(\Omega) \sin(\omega+v) \cos(I)] \end{array} \right\} \\
(q_3)_{12} &= \left\{ \begin{array}{l} -\sin(\delta) \cos(\alpha) \left[\begin{array}{l} \cos(\Omega) \cos(\omega+v) \\ -\sin(\Omega) \sin(\omega+v) \cos(I) \end{array} \right] \\ -\sin(\delta) \sin(\alpha) \left[\begin{array}{l} \sin(\Omega) \cos(\omega+v) \\ +\cos(\Omega) \sin(\omega+v) \cos(I) \end{array} \right] \\ \cos(\delta) \sin(\omega+v) \sin(I) \end{array} \right\} \tag{8}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(q_3)_{13} &= \begin{Bmatrix} \cos(\delta)\cos(\alpha) \begin{bmatrix} \cos(\Omega)\cos(\omega+v) \\ -\sin(\Omega)\sin(\omega+v)\cos(I) \end{bmatrix} \\ \cos(\delta)\sin(\alpha) \begin{bmatrix} \sin(\Omega)\cos(\omega+v) \\ +\cos(\Omega)\sin(\omega+v)\cos(I) \end{bmatrix} \\ \sin(\delta)\sin(\omega+v)\sin(I) \end{Bmatrix} \\
(q_3)_{21} &= \begin{Bmatrix} \sin(\alpha) [\cos(\Omega)\sin(\omega+v) + \sin(\Omega)\cos(\omega+v)\cos(I)] \\ \cos(\alpha) [-\sin(\Omega)\sin(\omega+v) + \cos(\Omega)\cos(\omega+v)\cos(I)] \end{Bmatrix} \\
(q_3)_{22} &= \begin{Bmatrix} \sin(\delta)\cos(\alpha) \begin{bmatrix} \cos(\Omega)\sin(\omega+v) \\ +\sin(\Omega)\cos(\omega+v)\cos(I) \end{bmatrix} \\ -\sin(\delta)\sin(\alpha) \begin{bmatrix} -\sin(\Omega)\sin(\omega+v) \\ +\cos(\Omega)\cos(\omega+v)\cos(I) \end{bmatrix} \\ \cos(\delta)\cos(\omega+v)\sin(I) \end{Bmatrix} \\
(q_3)_{23} &= \begin{Bmatrix} \cos(\delta)\cos(\alpha) \begin{bmatrix} -\cos(\Omega)\sin(\omega+v) \\ -\sin(\Omega)\cos(\omega+v)\cos(I) \end{bmatrix} \\ \cos(\delta)\sin(\alpha) \begin{bmatrix} -\sin(\Omega)\sin(\omega+v) \\ +\cos(\Omega)\cos(\omega+v)\cos(I) \end{bmatrix} \\ \sin(\delta)\cos(\omega+v)\sin(I) \end{Bmatrix} \\
(q_3)_{31} &= \begin{Bmatrix} -\sin(\alpha) [\sin(\Omega) \cdot \sin(I)] \\ \cos(\alpha) [-\cos(\Omega) \cdot \sin(I)] \end{Bmatrix} \\
(q_3)_{32} &= \begin{Bmatrix} -\sin(\delta)\cos(\alpha) [\sin(\Omega) \cdot \sin(I)] \\ -\sin(\delta)\sin(\alpha) [-\cos(\Omega) \cdot \sin(I)] \\ \cos(I) \end{Bmatrix} \\
(q_3)_{33} &= \begin{Bmatrix} \cos(\delta)\cos(\alpha) [\sin(\Omega) \cdot \sin(I)] \\ \cos(\delta)\sin(\alpha) [-\cos(\Omega) \cdot \sin(I)] \\ \cos(I) \end{Bmatrix}
\end{aligned}$$

2.2.10 Sistemas de Coordenadas do Satélite e Principal

O eixo Oz do sistema do satélite é coincidente com o eixo Oz* do sistema principal. Estes dois sistemas estão representados na Figura 5, na qual pode se observar que o sistema principal é obtido do sistema do satélite através de uma rotação no eixo Oz de um ângulo de rotação θ , ou seja (PEREIRA, 20011):

$$\begin{pmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{pmatrix} = Q_4 \begin{pmatrix} \hat{i}^* \\ \hat{j}^* \\ \hat{k}^* \end{pmatrix} \quad (9)$$

com:

$$Q_4 = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\text{sen}(\theta) & 0 \\ \text{sen}(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (10)$$

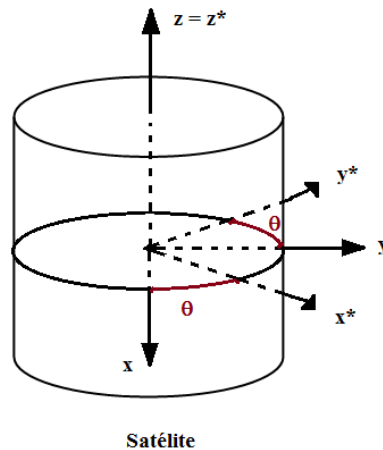


Figura 5 - Sistema do satélite (Ox_{y_z}) e sistema principal (Ox*_{y*_{z*}}). (MOTTA, 2011)

2.2.11 Sistemas de Coordenadas do Orbital e Principal

A equação (7) fornece a relação entre o sistema orbital e do satélite, através da matriz de rotação Q3. A equação (10) fornece a relação entre o sistema principal e o sistema do satélite, através da matriz Q4. Assim a relação entre o sistema orbital $(\hat{i}_S, \hat{j}_S, \hat{k}_S)$ e principal $(\hat{i}^*, \hat{j}^*, \hat{k}^*)$ é determinada através de (PEREIRA, 2011):

$$\begin{pmatrix} \hat{i}_s \\ \hat{j}_s \\ \hat{k}_s \end{pmatrix} = Q_3 Q_4 \begin{pmatrix} \hat{i}^* \\ \hat{j}^* \\ \hat{k}^* \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \hat{i}^* \\ \hat{j}^* \\ \hat{k}^* \end{pmatrix} \quad (11)$$

com:

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 & a_9 \end{pmatrix} \quad (12)$$

sendo

$$\begin{aligned} a_1 &= (q_3)_{11} \cdot \cos(\theta) + (q_3)_{12} \cdot \text{sen}(\theta) \\ a_2 &= -(q_3)_{11} \cdot \text{sen}(\theta) + (q_3)_{12} \cdot \cos(\theta) \\ a_3 &= (q_3)_{13} \\ a_4 &= (q_3)_{21} \cdot \cos(\theta) + (q_3)_{22} \cdot \text{sen}(\theta) \\ a_5 &= -(q_3)_{21} \cdot \text{sen}(\theta) + (q_3)_{22} \cdot \cos(\theta) \\ a_6 &= (q_3)_{23} \\ a_7 &= (q_3)_{31} \cdot \cos(\theta) + (q_3)_{32} \cdot \text{sen}(\theta) \\ a_8 &= -(q_3)_{31} \cdot \text{sen}(\theta) + (q_3)_{32} \cdot \cos(\theta) \\ a_9 &= (q_3)_{33} \end{aligned} \quad (13)$$

2.2.12 Sistemas de Coordenadas Equatorial e Principal

A equação (1) fornece a relação entre o sistema equatorial e do satélite, através da matriz de rotação Q1. A equação (9) fornece a relação entre o sistema principal e o sistema do satélite, através da matriz Q4. Assim a relação entre o sistema equatorial $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ e principal $(\hat{i}^*, \hat{j}^*, \hat{k}^*)$ é determinada substituindo (9) em (1):

$$\begin{pmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{pmatrix} = Q_1^T Q_4 \begin{pmatrix} \hat{i}^* \\ \hat{j}^* \\ \hat{k}^* \end{pmatrix} = B \begin{pmatrix} \hat{i}^* \\ \hat{j}^* \\ \hat{k}^* \end{pmatrix} \quad (14)$$

com:

$$B = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ b_4 & b_5 & b_6 \\ b_7 & b_8 & b_9 \end{pmatrix} \quad (15)$$

sendo

$$\begin{aligned} b_1 &= -\text{sen}(\alpha)\cos(\theta) - \cos(\alpha) \text{sen}(\delta)\text{sen}(\theta) \\ b_2 &= \text{sen}(\alpha)\text{sen}(\theta) - \cos(\alpha) \text{sen}(\delta)\cos(\theta) \\ b_3 &= \cos(\alpha) \cos(\delta) \\ b_4 &= \cos(\alpha) \cdot \cos(\theta) - \text{sen}(\alpha) \text{sen}(\delta) \cdot \text{sen}(\theta) \\ b_5 &= -\cos(\alpha) \cdot \text{sen}(\theta) - \text{sen}(\alpha) \text{sen}(\delta) \cdot \cos(\theta) \\ b_6 &= \text{sen}(\alpha) \cos(\delta) \\ b_7 &= \cos(\delta) \cdot \text{sen}(\theta) \\ b_8 &= \cos(\delta) \cdot \cos(\theta) \\ b_9 &= \text{sen}(\delta) \end{aligned} \quad (16)$$

2.3 Torque de pressão de radiação solar direto

Neste Tópico será introduzida um modelo matemático para o TPRS bem como serão determinados os componentes desse torque no sistema principal e do satélite. O modelo matemático para o TPRS foi desenvolvido por Zanardi (1993) para um satélite em órbita elíptica, utilizando variáveis de Andoyer para descrever o movimento rotacional, com aplicação para um satélite cilíndrico circular. Neste item, esse modelo é adaptado para um satélite estabilizado por rotação em órbita circular.

2.3.1 Conceito de Força e Torque de Pressão de Radiação Solar

A Pressão de Radiação Solar é gerada pelo contínuo fluxo de fótons que se chocam com a superfície do satélite, podendo esta absorver ou refletir este fluxo. A taxa da quantidade de movimento de todos os fótons incidentes na superfície do satélite origina a Força de Radiação Solar, a qual pode causar consideráveis perturbações em órbitas de veículos espaciais de grande razão área por massa, bem como pode gerar um torque (Torque de Pressão de Radiação Solar).

As fontes importantes de radiação no espaço são apenas o Sol e a Terra. A radiação provida da Terra possui duas parcelas significativas: a radiação solar refletida difusamente pela superfície da Terra, chamada de albedo terrestre, e a radiação terrestre, que é a emissão espontânea na faixa do infra-vermelho, proporcional à quarta potência da temperatura absoluta da superfície terrestre. Quando é considerada apenas a radiação incidente no satélite oriundos diretamente do Sol define-se a Pressão de Radiação Solar Direta.

A Força de Pressão de Radiação Solar Direta afeta principalmente a excentricidade e o semi-eixo da órbita do satélite. A sua variação é praticamente independente da altitude do satélite: começa a predominar sobre a força aerodinâmica a partir dos 700 km. É grande a sua influência nos satélites geoestacionários (que se encontram aproximadamente 36.000 km de altitude da superfície da Terra) (VILHENA DE MORAES, 1978).

Tanto o albedo quanto a radiação terrestre atuam quase que exclusivamente na vertical, aumentando o semi-eixo orbital. A radiação terrestre é extremamente simétrica com relação a vertical local, tornando a detecção dos seus efeitos bastante difícil e complexa.

O albedo é cerca de 90% menor que a radiação solar direta a 700 km de altitude e a radiação terrestre é aproximadamente 93% menor. Ambos decrescem com o aumento da altitude (VILHENA DE MORAES, 1978).

Neste trabalho é considerada o torque devido a força de pressão radiação solar direta, cujos componentes no sistema do satélite são introduzidos nas equações do movimento

rotacional de modo a analisar sua influência na atitude do satélite estabilizado por rotação, considerando o satélite sempre iluminado.

2.3.2 Pressão de Radiação Solar

A taxa de variação de energia radiante por unidade de área é denominada fluxo de energia radiante. O fluxo de energia radiante incidente em um elemento de superfície a uma distância de uma unidade astronômica, que equivale à $a_s = 1,49597870 \times 10^{11}$ m, é chamado constante solar. O valor atribuído para a constante solar é $S_0 = 1,353$ kW/m², segundo a NASA TN D-604, com erro de $\pm 1,5\%$ (ZANARDI, 1993).

Como o fluxo de energia radiante é proporcional ao quadrado da distância heliocêntrica, então:

$$\bar{S} = S_0 \left(\frac{a_s}{R'} \right)^2 \quad (17)$$

onde R' é a distância da superfície atingida pelo fluxo ao Sol.

Determina-se a Pressão de Radiação Solar quando o fluxo de energia radiante for perpendicular à superfície em questão:

$$p = \frac{\bar{S}}{c} \quad (18)$$

onde c é a velocidade da luz.

Convém explicitar a distância R' na expressão acima, reescrevendo-a:

$$p = \frac{\bar{K}}{R'^2} \quad (19)$$

onde $\bar{K} = \frac{S_0 a_s^2}{c} = 1,01 \times 10^{17} \text{ kg m/s}$.

2.3.3 Força de Pressão de Radiação Solar Direta

Considerando que uma parcela γ de todos os fótons que chocam com a superfície é refletida difusamente ou especularmente e a outra parte $(1 - \gamma)$ é absorvida pela superfície e novamente irradiada isotropicamente na vizinhança do espaço; que $\beta\gamma$ é o total de fótons refletidos especularmente pela superfície; e que os fótons refletidos difusamente obedecem à Lei de Lambert, haverá uma expressão para a Força Elementar de Pressão de Radiação Solar sobre um infinitesimal de área (dS) dada por (ZANARDI, 1993):

$$d\vec{F} = -\frac{\bar{K}}{R'^2} \left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{2\gamma}{3} (1 - \beta) \cos(\theta_i) + 4\beta\gamma \cos^2(\theta_i) \right] \hat{n} \\ + [(1 - \beta\gamma) \cos(\theta_i)] \hat{u} \end{array} \right\} \quad (20)$$

onde γ é o coeficiente de reflexão total, β é o coeficiente de reflexão especular, \hat{n} é o vetor unitário da direção normal à superfície, \hat{u} é o vetor unitário na direção de incidência do fluxo de radiação solar sobre o elemento de superfície dS e θ_i é o ângulo de incidência, ângulo entre os versores \hat{n} e \hat{u} como indica a Figura 6.

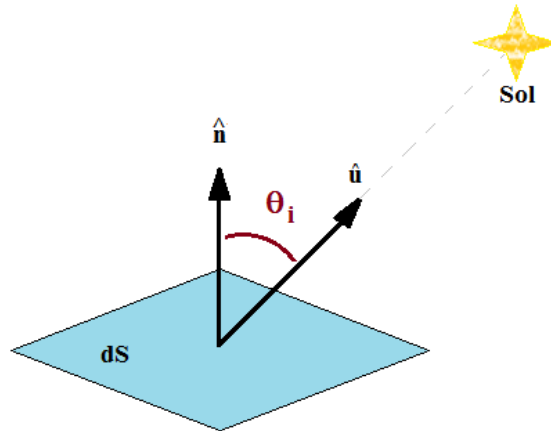


Figura 6 - Geometria da incidência da luz solar sobre o elemento de superfície.

(MOTTA,2011)

Então, a Força de Pressão de Radiação Solar sobre toda a superfície do satélite é dada pela integral sobre toda a superfície do satélite na qual há a incidência da luz solar, ou seja:

$$\vec{F} = - \int_S \frac{\bar{K}}{R'^2} \left\{ \left[\frac{2\gamma}{3} (1 - \beta) \cos(\theta_i) + 4\beta\gamma \cos^2(\theta_i) \right] \hat{n} \right. \\ \left. + [(1 - \beta\gamma) \cos(\theta_i)] \hat{u} \right\} dS \quad (21)$$

2.3.4 Torque de Radiação Solar e Suas Componentes

O TPRS em torno do centro de massa do satélite (CM) devido a força de pressão de radiação solar elementar $d\vec{F}$ é dada por:

$$d\vec{N} = \vec{r} \times d\vec{F} \quad (22)$$

em que \vec{r} é o vetor posição de um elemento de área dS do satélite com relação à origem (CM) de um sistema de referência, o qual está fixado no satélite.

Portanto, realizando o produto vetorial e efetuando a integral sobre toda a superfície S do satélite na qual há a incidência da luz solar, é obtido o TPRS total sobre o Satélite:

$$\vec{N} = - \int_S \frac{\bar{K}}{R'^2} \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{2\gamma}{3} (1 - \beta) \cos(\theta_i) + 4\beta\gamma \cos^2(\theta_i) \right] \vec{r} \times \hat{n} \\ & + [(1 - \beta\gamma) \cos(\theta_i)] \vec{r} \times \hat{u} \end{aligned} \right\} dS \quad (23)$$

As equações dinâmicas do movimento de satélite artificial necessitam dos componentes dos torques em um sistema fixo no satélite, usualmente o Sistema Principal.

Para obter as componentes do torque no sistema de eixos principais é preciso determinar a direção de incidência da luz (\hat{u}), a direção normal à superfície (\hat{n}), o vetor posição (\vec{r}) do elemento de área dS com relação ao centro de massa (CM) do satélite, o vetor de posição (\vec{R}') do Sol em relação ao elemento de área dS e o ângulo de incidência (θ_i) entre \hat{u} e \hat{n} , representando-os no Sistema de Eixos Principais do Satélite, em termos de elementos orbitais ($I, \theta, v + \omega, \Omega$), da orientação espacial (α, δ), do satélite e do posicionamento do Sol (ascensão reta do Sol α_s , declinação do Sol δ_s).

2.3.5 Aplicação ao Satélite Cilíndrico

Neste trabalho é considerado um satélite de forma cilíndrica circular, sempre iluminado. O desenvolvimento das integrais do modelo do TPRS dado por (23) para este caso foram realizadas por Zanardi (1993), fazendo diversas simplificações, e adaptadas por Motta (2011) para o satélite estabilizado por rotação. As equações do movimento rotacional de satélites estabilizados por rotação dependem dos componentes dos torques externos no sistema do satélite, os quais são dados por (MOTTA,2011):

$$\vec{N} = N_x \hat{i} + N_y \hat{j} + N_z \hat{k} \quad (24)$$

onde:

$$N_x = -\frac{\bar{K}}{R^4}(\beta_1\gamma_1 - \beta_2\gamma_2)\frac{h}{2}\pi\sigma^2u_z^*(u_y^*\cos(\theta) + u_x^*\sin(\theta)) \quad (25)$$

$$N_y = -\frac{\bar{K}}{R^4}(\beta_1\gamma_1 - \beta_2\gamma_2)\frac{h}{2}\pi\sigma^2u_z^*(u_y^*\sin(\theta) - u_x^*\cos(\theta)) \quad (26)$$

$$N_z = 0 \quad (27)$$

2.3.6. Determinação dos Componentes do Torque de Pressão de Radiação Solar Médio

No desenvolvimento desta teoria é considerada a influência dos torques médios, os quais incluem as principais influências deste torque no movimento rotacional do satélite. Estes componentes médios são obtidos pela média em um período orbital das componentes do torque instantâneo. O TPRS médio é aqui representado por \vec{N}_m , com componentes N_{xm} , N_{ym} e N_{zm} , e é calculado pela média do TPRS para um satélite cilíndrico, \vec{N} , dado por (24), em um período orbital:

$$\vec{N}_m = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \vec{N} dt \quad (28)$$

sendo T o período orbital e t_0 o instante inicial.

Para esta integração é necessária uma mudança de variáveis considerando o satélite em órbita circular, calculando a média na latitude verdadeira $\bar{\omega} = \omega + \nu$, utilizando relações do movimento elíptico (BATE et al., 1971):

$$r_c^2 \frac{d\bar{\omega}}{dt} = h_t \rightarrow dt = \frac{r_c^2}{h_t} d\bar{\omega} \quad (29)$$

sendo r_c o raio da órbita circular e h_t o momento angular de translação.

Substituindo (29) em (28) temos:

$$\vec{N}_m = \frac{1}{T} \int_0^{2\pi} \vec{N} \frac{r_c^2}{h_t} d\bar{\omega} \quad (30)$$

O desenvolvimento da equação (30) foi realizado por Motta (2011), sendo que após a integração, os componentes do TPRS médio são dados por (MOTTA,2011):

$$\vec{N}_m = N_{xm} \hat{i} + N_{ym} \hat{j} + N_{zm} \hat{k} \quad (31)$$

com

$$N_{xm} = B_c \left(GC_a + \frac{GC_b}{2} \right) \quad (32)$$

$$N_{ym} = B_c \left(GC_c + \frac{GC_d}{2} \right) \quad (33)$$

$$N_{zm} = 0 \quad (34)$$

sendo

$$B_c = \frac{\bar{K}}{R^4} (\beta_1 \gamma_1 - \beta_2 \gamma_2) \frac{h}{2} \pi \sigma^2 \quad (35)$$

$$GC_a = a_s^2 \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} \cos(\alpha) \cos(\delta) \cos(\alpha_s) \cos(\delta_s) \\ + \sin(\alpha) \cos(\delta) \sin(\alpha_s) \cos(\delta_s) \\ + \sin(\delta) \sin(\delta_s) \end{array} \right] \cdot \\ \left[\begin{array}{l} -\cos(\alpha) \sin(\delta) \cos(\alpha_s) \cos(\delta_s) \\ -\sin(\alpha) \sin(\delta) \sin(\alpha_s) \cos(\delta_s) \\ + \cos(\delta) \sin(\delta_s) \end{array} \right] \end{array} \right\}$$

$$GC_b = -r'^2 \left\{ \begin{array}{l} \text{sen}(\delta)\text{cos}(\delta)\text{cos}^2(\Omega-\alpha) \\ + \text{sen}(\delta)\text{cos}(\delta)\text{sen}^2(\Omega-\alpha)\text{cos}^2(I) \\ + \text{sen}(\Omega-\alpha)\text{sen}(I)\text{cos}(I) \\ + \text{sen}(\delta)\text{cos}(\delta)\text{sen}^2(I) \end{array} \right\}$$

$$GC_c = a_s^2 \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} \text{cos}(\alpha)\text{cos}(\delta)\text{cos}(\alpha_s)\text{cos}(\delta_s) \\ + \text{sen}(\alpha)\text{cos}(\delta)\text{sen}(\alpha_s)\text{cos}(\delta_s) \\ + \text{sen}(\delta)\text{sen}(\delta_s) \end{array} \right] \cdot \\ \cdot \left[\begin{array}{l} - \text{sen}(\alpha)\text{cos}(\alpha_s)\text{cos}(\delta_s) \\ + \text{cos}(\alpha)\text{sen}(\alpha_s)\text{cos}(\delta_s) \end{array} \right] \end{array} \right\}$$

$$GC_d = r'^2 \text{cos}(\Omega-\alpha) \left\{ \begin{array}{l} \text{cos}(\delta)\text{sen}(\Omega-\alpha)[1 + \text{cos}^2(I)] \\ + \text{sen}(\delta)\text{sen}(I)\text{cos}(I) \end{array} \right\}$$

2.4. SOLUÇÃO ANALÍTICA PARA AS EQUAÇÕES DO MOVIMENTO

As equações do movimento rotacional de um satélite estabilizado por são dadas por (KUGA, SILVA, GUEDES,1987):

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{N_x}{I_z W \text{cos}(\delta)} \quad (36)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{N_y}{I_z W} \quad (37)$$

$$\frac{dW}{dt} = \frac{N_z}{I_z} \quad (38)$$

em que N_x , N_y , N_z são os componentes dos torques externos no sistema do satélite.

Os principais efeitos do TPRS no movimento rotacional podem ser determinados

pelos seus componentes médios em um período orbital. Estes componentes foram determinados por Motta (2011) e foram introduzidos no item anterior na equação (31) sendo expressos em termos da ascensão reta α e declinação δ do eixo de rotação, da longitude do nodo ascendente Ω e da inclinação orbital I . Com a substituição dos componentes do TPRS médio, dados por (32), (33), (34), tem-se que:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{N_{xm}}{I_z W \cos(\delta)} \quad (39)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{N_{ym}}{I_z W} \quad (40)$$

$$\frac{dW}{dt} = 0 \quad (41)$$

Observa-se que, devido o N_{zm} ser nulo, a equação (41) tem por solução:

$$W = W_0 \quad (42)$$

em que W_0 é o valor da velocidade de rotação no instante inicial, ou seja para o satélite com momentos principais de inércia $I_x = I_y$, o TPRS não afeta o módulo da velocidade de rotação do satélite.

O processo de integração das equações (39) e (40) foi realizado por Motta (2011) para um período orbital, considerando como solução inicial o caso em que os torques externos não são atuantes, de modo que α , δ e W são constantes. Durante este período orbital considerou-se que permanecem constantes os elementos orbitais: raio da órbita (a_s), inclinação orbital (I) e a longitude do nodo ascendente (Ω). Com estas considerações os componentes do TPRS médio permanecem constantes durante o intervalo de integração.

Na aplicação da teoria desenvolvida para um intervalo maior do que um período orbital, os elementos orbitais devem ser atualizados levando-se em conta as principais influências do achatamento da Terra, assim como devem ser atualizadas as parcelas dos

torques com os valores obtidos para α , δ e W a cada período orbital.

A Solução analítica para a declinação do eixo de rotação é dada por (MOTTA, 2011):

$$\delta = \frac{N_{ym}}{I_z W_0} t + \delta_0 \quad (43)$$

sendo δ_0 o valor da declinação do eixo de rotação no instante inicial. Portanto o TPRS causa uma lenta deriva no eixo de rotação, associada a variação linear no ângulo de declinação.

Substituindo agora a solução analítica da declinação do eixo de rotação, dada em (43), na equação associada com a ascensão reta do eixo de rotação, dada por (39), a solução analítica para a ascensão reta do eixo de rotação é dada por (MOTTA, 2011):

$$\alpha = \frac{N_{xm}}{N_{ym}} \ln \left[\frac{\sec \left(\frac{N_{ym}}{I_z W_0} t + \delta_0 \right) + \tan \left(\frac{N_{ym}}{I_z W_0} t + \delta_0 \right)}{\sec(\delta_0) + \tan(\delta_0)} \right] + \alpha_0 \quad (44)$$

em que α_0 é o valor da ascensão reta do eixo de rotação no instante inicial. Portanto o TPRS causa uma lenta precessão no eixo de rotação ao redor eixo inercial OZ, devido a variação no ângulo de ascensão reta.

2.5 Erro de apontamento e ângulo de aspecto solar

Neste item serão determinados o erro de apontamento (desvio angular entre a direção real e a direção calculada pela teoria da direção do eixo de rotação) e o ângulo de aspecto solar (ângulo entre o eixo de rotação e a direção de incidência dos raios solares sobre o satélite). O objetivo é validar a teoria desenvolvida e verificar a influência do TPRS sobre estes dois parâmetros. Utilizando os ângulos de ascensão reta α e de declinação δ do eixo de rotação podem ser computados o erro de apontamento e o ângulo de aspecto solar.

2.5.1 Erro de Apontamento

O erro de apontamento é dado pelo ângulo η entre a direção do eixo de rotação calculado \hat{k} (utilizando os ângulos α e δ obtidos pela teoria apresentada no capítulo anterior) e a direção real \hat{K}' do eixo de rotação (CHIARADIA, 2010). Utilizando os dados dos satélites fornecidos pelo CCS do INPE, α_{INPE} e δ_{INPE} pode-se determinar a direção real do eixo de rotação \hat{K}' , como indicado na Figura 12.

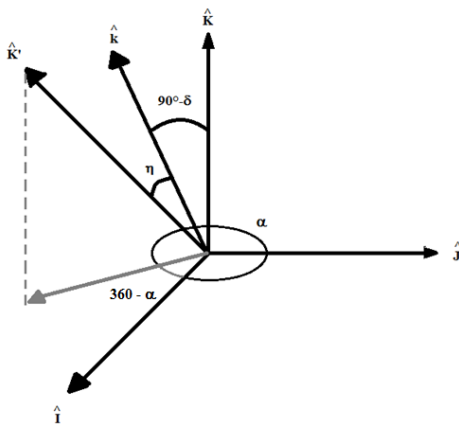


Figura 7 - Esquematização do Erro de Apontamento η : Eixo de rotação real do satélite \hat{K}' , eixo de rotação calculado \hat{k} , Sistema equatorial com vetores $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ e sistema do satélite com vetores $(\hat{i}', \hat{j}', \hat{k}')$. (MOTTA, 2011).

2.5.2 Cálculo do Erro de Apontamento

O erro de apontamento é representado pelo ângulo η e seu valor pode ser determinado pelo cálculo do produto escalar entre os vetores unitários \hat{K}' e \hat{k} , dados por (CHIARADIA, 2010):

$$\cos(\eta) = \hat{K}' \cdot \hat{k} \quad (45)$$

Para efetuar o produto escalar os vetores \hat{K}' e \hat{k} devem estar representados no mesmo sistema de coordenadas. Efetuando o produto escalar (MOTTA, 2011) obtém:

$$\eta = \arccos(\Gamma_1) \quad (46)$$

2.4.3 Ângulo de Aspecto Solar

O ângulo de aspecto solar é o ângulo formado entre a direção de incidência dos raios solares sobre o satélite e a direção do eixo de rotação do satélite. Neste trabalho o ângulo de aspecto solar é representado por χ e está representado na Figura 13.

A obtenção do ângulo de aspecto solar é de suma importância para o bom desempenho da missão, pois os α pela incidência dos raios solares. Cada satélite possui uma faixa angular ótima em que esta incidência não prejudica os equipamentos a bordo. Os satélites SCD1 e SCD2 são satélites estabilizados por rotação e possuem o eixo de rotação coincidente com seu eixo longitudinal.

Seja \hat{u} o vetor unitário da direção de incidência dos raios solares no satélite e \hat{k} o vetor unitário da direção do eixo de rotação do satélite. Desprezando a altitude do satélite em relação à Terra e a dimensão do satélite, a direção de incidência \hat{u} do Sol sobre o satélite pode ser assumida como sendo a direção Terra - Sol. Assim, como mostra a Figura 8, em relação ao Plano Equatorial o vetor \hat{u} é posicionado pela ascensão reta do Sol α_s e declinação do Sol δ_s , sendo que a direção \hat{k} é posicionada pela ascensão reta e declinação do eixo de rotação (α e δ respectivamente).

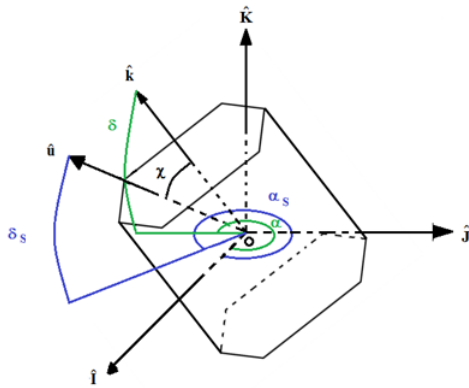


Figura 8 – Esquemática do Ângulo de Aspecto Solar χ : eixo de rotação \hat{k} e direção solar \hat{u} em relação ao Sistema Equatorial $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$. (MOTTA, 2011)

No satélite SCD1 a face inferior não é coberta por placas solares, por esse motivo é usada, pelo sistema de controle térmico, para dissipar calor. Por esse motivo, a incidência de raios solares nessa face não deve ocorrer. A análise térmica do SCD1, realizada logo após o lançamento, revelou que poderia ocorrer um superaquecimento da carga útil se o valor do ângulo de aspecto solar χ fosse menor que 60° . Considerando essa restrição, a faixa de variação de χ ficou restrita a: $60^\circ < \chi < 90^\circ$.

O satélite SCD2 possui características similares às do SCD1, mas o vínculo para o ângulo de aspecto solar é mais restritivo, sendo que os raios solares não devem incidir nos painéis superiores e inferiores do satélite com um ângulo maior do que 10° , o que limita a variação do ângulo de aspecto solar a: $80^\circ < \chi < 100^\circ$

As restrições para o ângulo de aspecto solar para os satélites SCD1 e SCD2 estão esquematizadas na Figura 9.

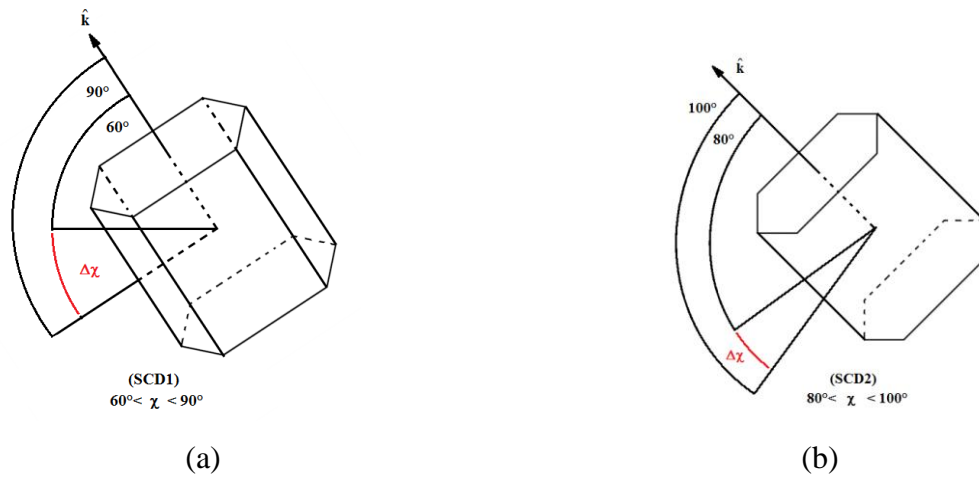


Figura 9 - Restrição para o ângulo de aspecto solar para o SCD1 (a) e para o SCD2 (b).

(MOTTA, 2011)

2.4.4 Cálculo do Ângulo de Aspecto Solar

Para determinar o valor do ângulo de aspecto solar χ , considerando a direção de incidência \hat{u} do Sol sobre o satélite como sendo a direção Terra- Sol, é necessário conhecer os valores de α_s , α , δ_s e δ . Os valores de α_s e δ_s são valores já tabelados por Astronomical Almanac (2011), para o período de simulação, e neste trabalho os valores α e δ são os resultados obtidos nas simulações com o TPRS.

Como a direção de incidência da luz solar sobre o satélite é representada por \hat{u} , e \hat{k} é o vetor unitário do eixo de rotação, então o valor do cosseno de χ pode ser determinado pelo produto escalar dos vetores \hat{u} e \hat{k} ,

$$\cos(\chi) = \hat{u} \cdot \hat{k} \quad (47)$$

Os vetores \hat{u} e \hat{k} estão esquematizados na Figura 8 e podem ser representados no Sistema Equatorial, utilizando os ângulos α_s , α , δ_s e δ , de modo que (CHIARADIA, 2010):

$$\begin{aligned} \hat{u} \cdot \hat{k} = \cos(\alpha) \cos(\delta) \cos(\alpha_s) \cos(\delta_s) + \text{sen}(\delta) \text{sen}(\delta_s) \\ + \text{sen}(\alpha) \cos(\delta) \text{sen}(\alpha_s) \cos(\delta_s) = \Gamma_2 \end{aligned} \quad (48)$$

Assim a partir de (6.8) e (6.11), o ângulo de aspecto solar é dado por:

$$\chi = \arccos(\Gamma_2) \quad (49)$$

com $0^\circ < \chi < 180^\circ$. O ângulo de aspecto solar foi calculado utilizando os resultados calculados e os dados fornecidos pelo CCS para os satélites brasileiros SCD1 e SCD2.

3 RESULTADOS

Neste tópico são apresentadas aplicações da teoria desenvolvida utilizando os dados fornecidos pelo CCS/INPE para os Satélites Brasileiros de Coleta de Dados SCD1 e SCD2. O software MATLAB foi utilizado para a implementação numérica necessária. Duas abordagens são realizadas.

Na primeira abordagem para ambos os satélites os elementos orbitais e de atitude são atualizados a cada 24 horas com os dados fornecidos pelo CCS, sendo que o efeito principal do achatamento da Terra está incluído na longitude do nodo ascendente e na latitude verdadeira. Como a solução analítica é válida para um período orbital, os coeficientes são recalculados a cada período orbital utilizando os valores calculados para α e δ . Os valores calculados pela teoria para α e δ são comparados com os dados de referência fornecidos pelo CCS a cada 24 horas. O

período das simulações é de 40 dias para cada um dos satélites. Os resultados desta abordagem foram obtidos pelo bolsista Gabriel Borderes Motta, no período de agosto/2011 – janeiro/2012.

Na segunda abordagem os elementos orbitais e de atitude não são atualizados a cada 24 horas. Como a solução analítica é válida para um período orbital, os coeficientes são recalculados a cada período orbital utilizando os valores calculados para α e δ . Os valores calculados pela teoria para α e δ também são comparados com os dados de referencia fornecidos a cada período.

Em ambas as abordagens a velocidade de rotação não é afetada pelo TPRS, pois sua componente no eixo do satélite Oz é nula.

3.1 Primeira abordagem: com atualização de dados

Nesta primeira abordagem tanto os elementos orbitais quanto a velocidade de rotação, ascensão reta e declinação do eixo de rotação são atualizados diariamente no propagador de atitude desenvolvido incluindo o TPRS. Os resultados obtidos nas simulações são comparados com os dados fornecidos pelo CCS/INPE e analisados de modo a verificar se a precisão requerida pelo INPE é atendida, o que corresponde aos erros angulares serem menores do que $0,5^\circ$ e o erro em velocidade ser menor do que 0,5 rpm.

É importante salientar que o efeito do TPRS não ocorre apenas nas soluções analíticas para α e δ , mas também no propagador de atitude quando todos os coeficientes envolvidos nas soluções analíticas são recalculados a cada período orbital.

Saliente-se que os resultados e discussões desta abordagem foram realizados pelo bolsista Gabriel Borderes Motta, no período de agosto/2011 – janeiro/2012, para ambos os satélites.

3.1.1 Resultados para o SCD1

As simulações para o SCD1 foram realizadas para um período de 40 dias, com a data inicial em 24 de julho de 1993. É assumidos 0,1 como valor dos coeficientes de incidência β_1 e β_2 , para o coeficiente γ_1 é assumido 0,7 e para γ_2 0,5. As dimensões do SCD1 são 0,5 m de

raio e 1,45 m de altura. Seu momento de inércia no eixo principal Oz é 13,00 kgm². Os ângulos de ascensão reta e declinação do eixo de rotação do Sol são obtidos da Tabela A1 no Apêndice A.

3.1.1.1 Ascensão Reta e Declinação do Eixo de Rotação

As Figuras 10 e 11 mostram o comportamento temporal da ascensão reta e declinação do eixo de rotação, comparados com os dados reais do satélite. As Figuras de 12 a 13 apresentam a diferença entre estes obtidos pela simulação e os dados fornecidos pelo CCS/INPE.

Observa-se que, o comportamento da ascensão reta e declinação do eixo de rotação calculados pela teoria se defasam da ascensão reta e declinação do eixo de rotação reais para todo o período da simulação. A defasagem na ascensão reta é muito maior, atingindo quase oito vezes a precisão requerida pelo INPE, fazendo com que a média da diferença seja $-1,08^\circ$ com um desvio padrão, também grande, de $1,51^\circ$.

No entanto, a variação da declinação do eixo de rotação permanece dentro da faixa de precisão do INPE, com a média no período sendo de $-0,0092^\circ$ com um desvio padrão de $0,28^\circ$.

Tanto na ascensão reta quanto na declinação do eixo de rotação há uma inversão na qual um dos termos é maior. A ascensão reta real é maior que a calculada a partir do 5º dia, até por volta do 33º dia, onde torna-se menor que o calculado. O mesmo acontece com a declinação do eixo de rotação, que apresenta essa inversão a partir do 18º dia.

Esse comportamento é mais explícito na declinação do eixo de rotação, onde a média está muito próxima de zero, sendo que ao passar pelo zero a função tem a inversão citada acima.

Assim a teoria se mostra adequada para a declinação do eixo de rotação nesta abordagem para o SCD1.

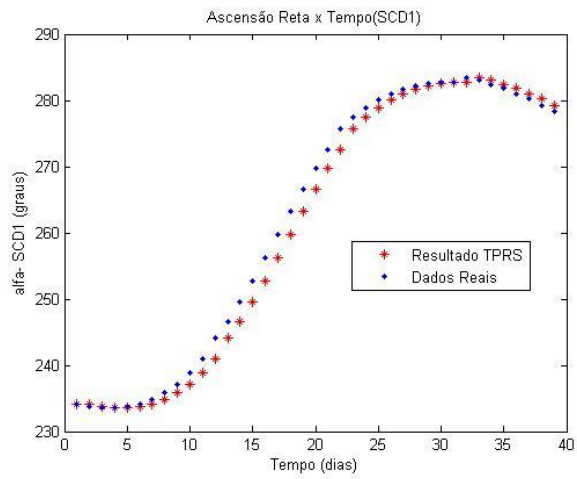


Figura 10 – Ascensão Reta x Tempo - SCD1 (MOTTA, 2011).

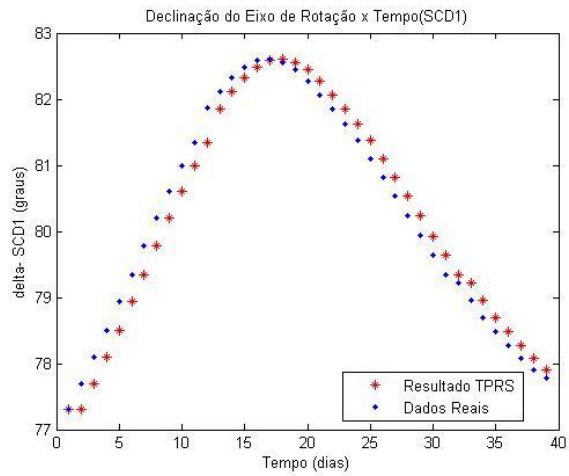


Figura 11 – Declinação do Eixo de Rotação x Tempo - SCD1 (MOTTA, 2011).

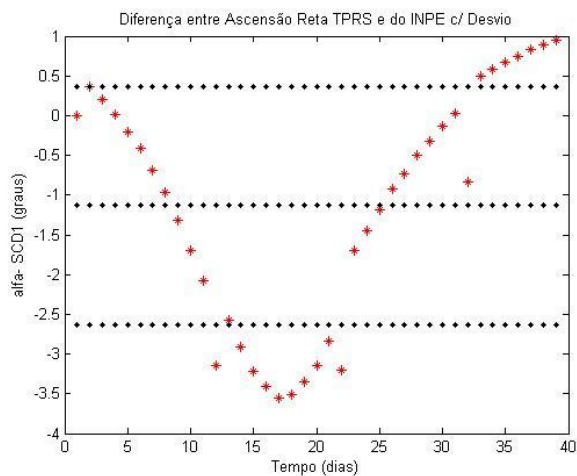


Figura 12 – Diferença entre Ascensão Reta Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios - SCD1 (MOTTA, 2011).

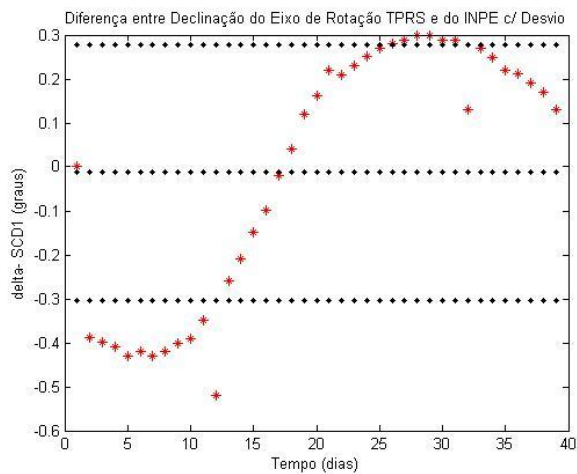


Figura 13 – Diferença entre Declinação do Eixo de Rotação Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios - SCD1 (MOTTA, 2011).

3.1.1.2 Erro de Apontamento e Ângulo de Aspecto Solar

O erro de apontamento é calculado utilizando a ascensão reta e declinação do eixo de rotação fornecida pelo CCS/INPE para o período de 40 dias e os respectivos valores calculados pela teoria, através da equação (46).

A Figura 14 mostra o comportamento do erro de apontamento η para um período de 40 dias. Pode se observar que durante toda a propagação o erro de apontamento se mantém abaixo da tolerância requerida ou seja menos que $0,5^\circ$. A média e desvio padrão do erro de apontamento assume o valor de $0,37^\circ \pm 0,11^\circ$, o qual está dentro da tolerância do INPE. Percebe se que apenas um ponto no dia 04/08/1993 ultrapassa $0,5^\circ$, como é um comportamento anômalo e não há uma explicação aparente para isso, esse fato é desconsiderado.

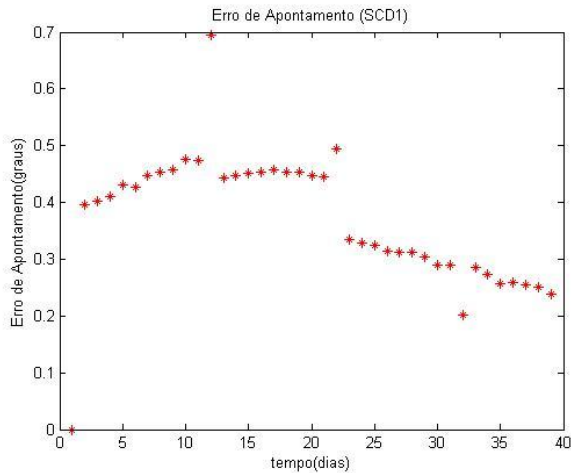


Figura 14 – Erro de Apontamento x Tempo - SCD1 (MOTTA, 2011).

Os resultados das simulações do ângulo de aspecto solar χ comparam os valores calculados com os dados reais fornecidos pelo CCS/INPE e com os valores calculados com a teoria, através da equação (49) e estão apresentados nas Figuras 15 e 16. Para este cálculo é necessário conhecer a ascensão reta e declinação do Sol, aqui fornecidos pelo Astronomical Almanac para o intervalo considerado e que se encontram no Apêndice A.

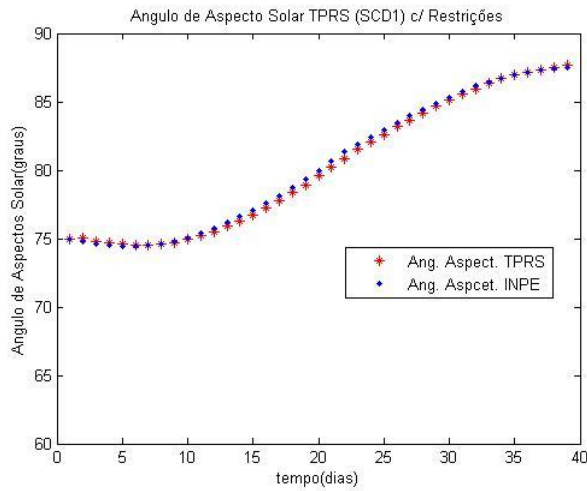


Figura 15 – Ângulo de aspecto solar - SCD1 (MOTTA, 2011).

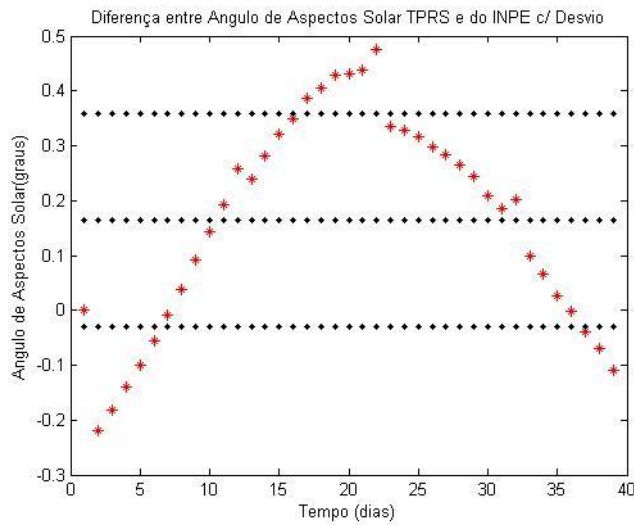


Figura 16– Diferença entre Ângulo de Aspecto Solar Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios para o SCD1 (MOTTA, 2011).

Foi mencionado anteriormente que a restrição de $60^\circ < \eta < 90^\circ$ para o SCD1, portanto para este intervalo de simulação o ângulo de aspecto solar se manteve dentro do intervalo desejado.

Os resultados obtidos mostram que, a média do erro da diferença ($\chi_{INPE} - \chi$) é de

$$0,16^\circ \pm 0,19^\circ.$$

Observa-se também que em nenhum dia o valor do ângulo de aspecto solar ultrapassa a precisão exigida pelo CCS/INPE.

3.1.2. Resultados para o SCD2

As simulações para o SCD2 foram também realizadas para um período de 40 dias, com a data inicial em 1 de fevereiro de 2002. É assumido 0,1 como valor dos coeficientes de incidência β_1 e β_2 , para o coeficiente γ_1 é assumido 0,7 e $\gamma_2 = 0,5$. As dimensões do SCD2 são as mesmas do SCD1, ou seja, 0,5 m de raio e 1,45 m de altura. Seu momento principal de inércia I_z é 14,5 kg.m². Os ângulos de ascensão reta e declinação do eixo de rotação do Sol são obtidos da Tabela A2 do Apêndice A.

3.1.2.1. Ascensão Reta e Declinação do Eixo de Rotação

As Figuras 17 e 18 mostram o comportamento temporal da ascensão reta e declinação do eixo de rotação, comparados com os dados reais do satélite (MOTTA, 2011).. As descontinuidades nos gráficos estão relacionadas com os dias em que o controle de atitude é acionado. Nestes dias em questão a diferença entre o dado real e o aqui calculado é zero, uma vez que a teoria não inclui o torque de controle, sendo a simulação reiniciada após todo dia de controle.

Pelos resultados, verifica-se que a ascensão reta e declinação do eixo de rotação, calculados pela teoria defasam pouco da ascensão reta e declinação do eixo de rotação, reais nos primeiros períodos entre os dias de controle, e defasam mais nos últimos.

Tanto para a ascensão reta e declinação do eixo de rotação, nota-se que a teoria acompanha melhor os dados reais nos períodos de menor variação dos ângulos. À medida que o ângulo varia com o tempo a defasagem entre os dados reais e fornecidos torna-se maior.

As Figuras 19 e 20 apresentam a diferença entre os dados calculados e os reais com sua média e desvio padrão. Sendo a média e desvio padrão da diferença entre dados reais e obtidos

para a ascensão reta e declinação do eixo de rotação são de $0,17 \pm 0,22$ e $0,058 \pm 0,14$ respectivamente. Observa-se que desta vez o comportamento não assemelha a uma função periódica como aconteceu para o SCD1. Nos últimos dias de implementação a diferença cresce na ascensão reta superando a precisão que o INPE exige.

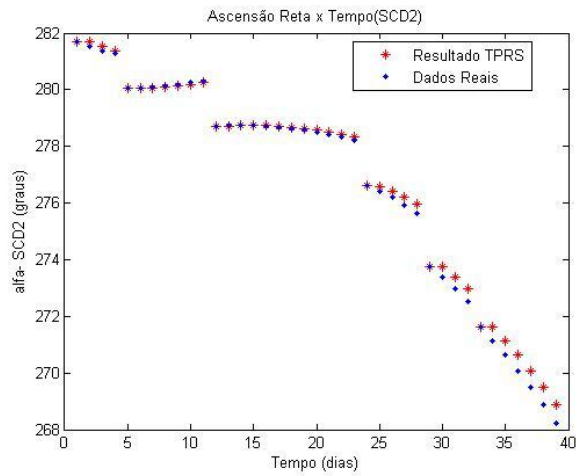


Figura 17– Ascensão Reta x Tempo - SCD2 (MOTTA, 2011).

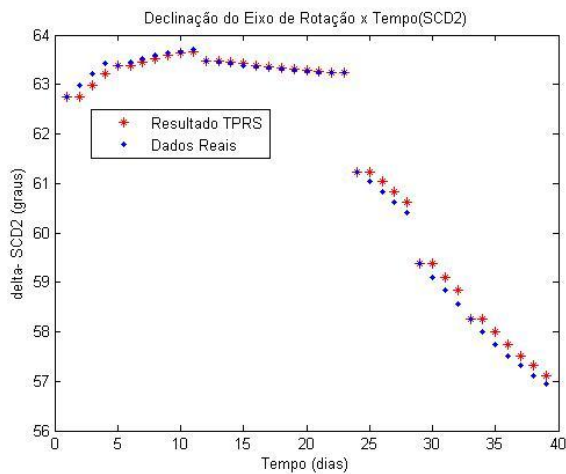


Figura 18 – Declinação do Eixo de Rotação x Tempo - SCD2 (MOTTA, 2011).

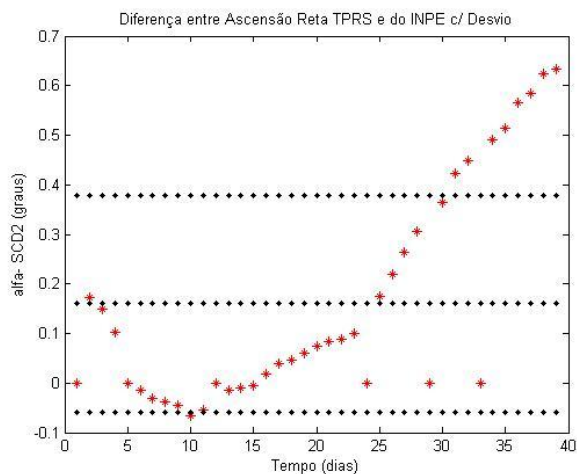


Figura 19 – Diferença entre Ascensão Reta Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios - SCD2 (MOTTA, 2011).

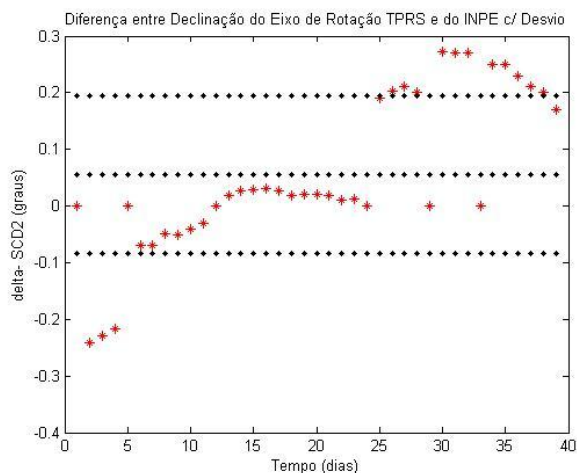


Figura 20 – Diferença entre Declinação do Eixo de Rotação Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios - SCD2 (MOTTA, 2011).

3.1.2.2. Erro de Apontamento e Ângulo de Aspecto Solar

A Figura 21 mostra o comportamento do erro de apontamento no período de 40 dias. Os valores que mostram o erro de apontamento igual a zero correspondem aos dias em que foi efetuado o controle de atitude pelo CCS/INPE .

A média do erro de apontamento obtido na simulação para o SCD2 foi melhor que aquela obtida para o SCD1, valendo $0,16^\circ$ com desvio padrão de $0,15^\circ$. Nota-se que o erro de apontamento está dentro da margem de segurança do INPE.

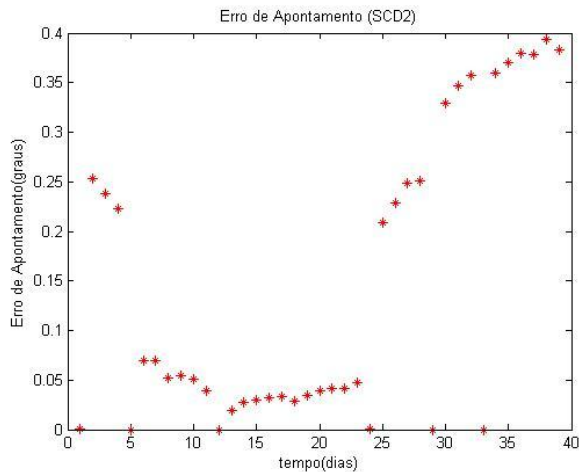


Figura 21 – Erro de Apontamento x Tempo (SCD2)

Do mesmo modo que para o SCD1, os resultados das simulações para o ângulo de aspecto solar mostram a comparação entre o valor computado com dados reais e com valores simulados pela teoria. Para este cálculo é necessário conhecer a ascensão reta e declinação do Sol, aqui fornecidos pelo Astronomical Almanac para o intervalo considerado e que se encontram no apêndice B.

As Figuras 22 e 23 mostram o ângulo de aspecto solar real comparado com o calculado pela teoria e as diferenças entre o real e o simulado, respectivamente.

Os resultados obtidos com o SCD2 mostram que o ângulo de aspecto solar simulado pela teoria permanece na faixa pré-estabelecida para este satélite ($80^\circ < \eta < 100^\circ$). A média da diferença ($\chi_{\text{INPE}} - \chi$) é menor do que do SCD1 e vale $0,072^\circ \pm 0,10^\circ$. Em nenhum dia o valor do ângulo de aspecto solar ultrapassa a precisão exigida pelo CCS/INPE. Desvios (SCD2).

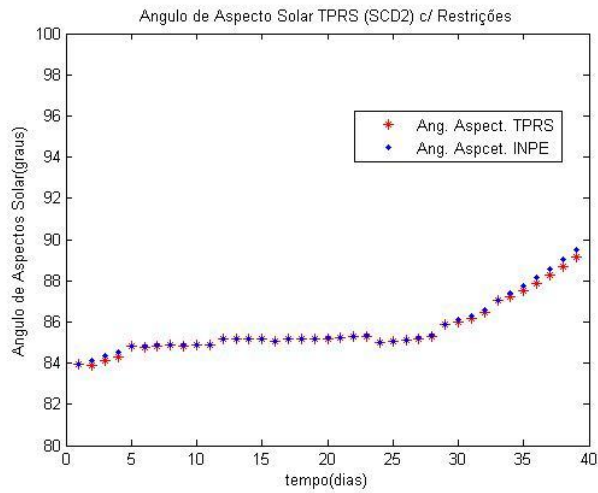


Figura 22 – Ângulo de Aspecto Solar x Tempo para o satélite SCD2 (MOTTA, 2011)

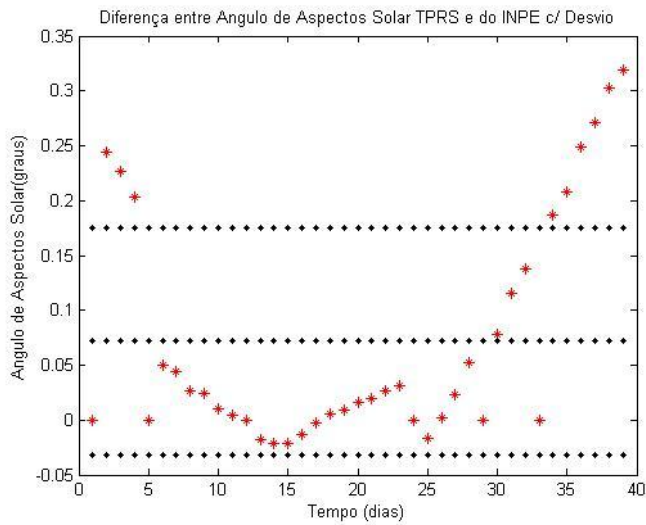


Figura 23 – Diferença entre Ângulo de Aspecto Solar Calculado e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios para SCD2 (MOTTA, 2011).

3.2 Simulações sem atualização de dados.

Na abordagem sem atualização diária para ambos os satélites, os elementos orbitais e de atitude iniciais são retirados dos dados fornecidos pelo CCS/INPE, mas estas grandezas não são atualizadas a cada 24 horas com os dados do CCS/INPE, sendo sempre utilizados os valores calculados no propagador de órbita e atitude.

Como a solução analítica é válida para um período orbital, os coeficientes são recalculados a cada período orbital utilizando os valores calculados para α e δ . Os valores calculados pela teoria para α e δ são comparados com os dados de referência fornecidos a cada 24 horas.

3.2.1. Resultados para o SCD1

As simulações foram feitas em diferentes intervalos para se poder encontrar um intervalo com o mínimo de erro entre os resultados obtidos e os dados reais fornecidos pelo CCS do ano de 1993. Observando-se os resultados obtidos na primeira abordagem, foram escolhidos os intervalos do dia 24/07 ao 31/07, do dia 19/08 ao 26/08 e do dia 21/08 ao 25/08. Os resultados da ascensão reta, declinação do eixo de rotação, ângulo de aspecto solar e erro de apontamento estão apresentados nas Tabelas de 3 a 8 para os respectivos intervalos.

Tabela 3 – Valores calculados e as diferenças entre os valores calculados e reais para Ascensão reta α e declinação δ do eixo de rotação para 24/07 ao 31/07.

DATA	$\alpha(^{\circ})$	$\delta(^{\circ})$	$\Delta\alpha(^{\circ})$	$\Delta\delta(^{\circ})$
24/07/1993	234,10	77,3	0	0
25/07/1993	234,098123	77,300866	0,358123	-0,389134
26/07/1993	234,099874	77,301699	0,559874	-0,788300
27/07/1993	234,101527	77,301807	0,571527	-1,198193
28/07/1993	234,101589	77,301796	0,371589	-1,628204
29/07/1993	234,101616	77,301849	-0,038384	-2,048150
30/07/1993	234,102309	77,301929	-0,727691	-2,478071
31/07/1993	234,104915	77,301663	-1,695085	-2,898337

Tabela 4 – Valores calculados e as diferenças entre os valores calculados e reais para Ângulo de aspecto solar χ e erro de apontamento η para 24/07 ao 31/07.

DATA	χ (°)calc.	χ (°)INPE	$\Delta \chi$ (°)	η (°)
24/07/1993	74,994813	74,994813	0	0
25/07/1993	75,010590	74,791469	-0,219121	0,396782
26/07/1993	75,037479	74,642032	-0,395447	0,797269
27/07/1993	75,047306	74,523651	-0,523655	1,204152
28/07/1993	75,069347	74,463758	-0,605589	1,629993
29/07/1993	75,092149	74,457057	-0,635092	2,048165
30/07/1993	75,131286	74,521350	-0,609936	2,482236
31/07/1993	75,171858	74,641124	-0,530734	2,916831

Tabela 5 – Valores calculados e as diferenças entre os valores calculados e reais para Ascensão reta α e declinação δ do eixo de rotação para 19/08 ao 26/08

DATA	α (°)	δ (°)	$\Delta \alpha$ (°)	$\Delta \delta$ (°)
19/08/1993	2,81,74	80,53	0	0
20/08/1993	281,738553	80,529944	-0,501448	0,299944
21/08/1993	281,74109	80,529616	-0,828904	0,599616
22/08/1993	281,74171	80,528554	-0,958289	0,888554
23/08/1993	281,73848	80,527998	-0,931518	1,177999
24/08/1993	281,73848	80,528119	-1,761518	1,308119
25/08/1993	281,74116	80,527793	-1,268835	1,577793
26/08/1993	281,73967	80,526994	-0,690327	1,826994

Tabela 6 - Valores calculados e as diferenças entre os valores calculados e reais para Ângulo de aspecto solar χ e erro de apontamento η para 19/08 ao 26/08

DATA	χ (°)calc.	χ (°)INPE	$\Delta \chi$ (°)	η (°)
19/08/1993	83,959523	83,959523	0	0
20/08/1993	84,185269	84,451052	0,265783	0,311427
21/08/1993	84,401192	84,908229	0,507037	0,615879
22/08/1993	84,614388	85,325125	0,710738	0,903717
23/08/1993	84,846116	85,733275	0,887159	1,189148
24/08/1993	85,064939	86,140641	1,075702	1,344129
25/08/1993	85,296519	86,458986	1,162468	1,593806
26/08/1993	85,523664	86,733519	1,209855	1,831196

Tabela 7 – Valores calculados e as diferenças entre os valores calculados e reais para Ascensão reta α e declinação δ do eixo de rotação para 21/08 ao 25/08.

DATA	$\alpha(^{\circ})$	$\delta(^{\circ})$	$\Delta\alpha(^{\circ})$	$\Delta\delta(^{\circ})$
21/08/1993	282,57	79,93	0	0
22/08/1993	282,570721	79,928938	-0,129279	0,288938
23/08/1993	282,567819	79,928367	-0,102180	0,578367
24/08/1993	282,567939	79,928483	-0,932060	0,708483
25/08/1993	282,570613	79,928158	-0,439387	0,978158

Tabela 8 - Valores calculados e as diferenças entre os valores calculados e reais para Ângulo de aspecto solar χ e erro de apontamento η para 21/08 a 25/08.

DATA	$\chi(^{\circ})$ calc.	$\chi(^{\circ})$ INPE	$\Delta\chi(^{\circ})$	$\eta(^{\circ})$
21/08/1993	84,908229	84,908229	0	0
22/08/1993	85,115590	85,325125	0,209535	0,289846
23/08/1993	85,341395	85,733275	0,391881	0,578659
24/08/1993	85,554076	86,140641	0,586565	0,728261
25/08/1993	85,779559	86,458986	0,679428	0,981461

Nas Tabelas de 9 a 11 apresentam as médias e desvios padrão para cada intervalo, considerando-se diferentes agrupamentos. Por exemplo, na Tabela 9 correspondente ao primeiro intervalo de 24/07 ao 31/07, é calculada a média para 3 dias (de 24/07 a 26/07), 4 dias (de 24 /07 a 27/07) até 8 dias (de 24/07 a 31/07).

Tabela 9 – Médias e desvio padrão para o período de 24/07 ao 31/07.

DIAS	$\alpha(^{\circ})$	$\delta(^{\circ})$	$\chi(^{\circ})$	H (^{\circ})
3	0,305999	-0,392478	-0,204856	-0,204856
4	0,372381	-0,593907	-0,284556	-0,284556
5	0,372223	-0,800766	-0,348762	-0,348762
6	0,303788	-1,008663	-0,396484	-0,396484
7	0,156434	-1,218579	-0,426977	-0,426977
8	-0,0750059	-1,428549	-0,439947	-0,439947
Desvio Padrão para 8 dias	0,172998	0,388195	0,0911345	0,387994

Tabela 10 – Médias e desvio padrão para o período de 19/08 ao 26/08.

DIAS	$\alpha(^{\circ})$	$\delta(^{\circ})$	$\chi(^{\circ})$	$\eta(^{\circ})$
3	-0,443451	0,299853	0,257607	0,309102
4	-0,572160	0,447029	0,370889	0,457756
5	-0,644032	0,593223	0,474143	0,604034
6	-0,830279	0,712372	0,574403	0,727383
7	-0,892930	0,836004	0,658412	0,851158
8	-0,867605	0,959877	0,727343	0,973663
Desvio Padrão Para 8 dias	0,182841	0,245394	0,177623	0,247549

Tabela 11 – Médias e desvio padrão para o período de 21/08 ao 25/08.

DIAS	3	4	5	DESVIO PADRÃO PARA 5 DIAS
$\alpha(^{\circ})$	-0,077153	-0,290880	-0,320581	0,132802
$\delta(^{\circ})$	0,289102	0,393947	0,510789	0,110898
$\chi(^{\circ})$	0,200472	0,296995	0,373482	0,086698
$\eta(^{\circ})$	0,289502	0,399191	0,515645	0,113089

Com esses resultados observa-se que o comportamento da ascensão reta e declinação do eixo de rotação, calculados pela teoria se defasam da ascensão reta e declinação do eixo de rotação reais para todo o período da simulação. Dependendo do intervalo considerado a defasagem da ascensão reta e declinação do eixo de rotação encontram-se em desacordo com a precisão requerida pelo INPE (0,5°).

Para o primeiro intervalo de 24/7 a 31/07, Tabela 9, a declinação ultrapassa a precisão do CCS/INPE em 3 dias, enquanto as demais variáveis se mantêm dentro da precisão dentro todos os 8 dias.

No segundo intervalo de 19/08 a 26/08, Tabela 9, a ascensão reta ultrapassa a precisão do CCS/INPE também em 3 dias, enquanto as demais variáveis se mantêm dentro da precisão ainda por 4 dias.

A última simulação, entre os dias 21/08 e 25/08, apresentou resultados favoráveis para a teoria apresentada, pois de acordo com a Tabela 11, a média para esse intervalo é aceitável.

Portanto, de um modo geral, observa-se que até o quarto dia das simulações, os resultados tornam-se favoráveis para a teoria, pois não ultrapassam a precisão requerida.

3.2.2. Resultados para o SCD2

As simulações foram feitas em diferentes intervalos para poder encontrar um intervalo com o mínimo de erro entre os resultados calculados e os dados fornecidos pelo CCS/INPE. Os intervalos escolhidos foram dos dias 01/02 ao 04/02, 05/02 ao 12/02, 12/02 ao 23/02 e do dia 24/02 ao 28/02, durante os quais não houve a ação do controle de atitude. Os resultados da ascensão reta, declinação do eixo de rotação, ângulo de aspecto solar e erro de apontamento para cada intervalo encontram-se nas Tabelas 12 a 19 a seguir.

Tabela 12 - Valores calculados e as diferenças entre os valores calculados e reais para Ascensão reta α e declinação δ do eixo de rotação para 01/02 a 04/02

DATA	$\alpha(^{\circ})10^2$	$\delta(^{\circ})$	$\Delta\alpha(^{\circ})$	$\Delta\delta(^{\circ})$
01/02/2002	2,817	62,74	0	0
02/02/2002	2,817018	62,739107	0,171787	-0,240892
03/02/2002	2,817006	62,740636	0,320642	-0,469364
04/02/2002	2,817021	62,742999	0,422085	-0,687001

Tabela 13 – Valores calculados e as diferenças entre os valores calculados e reais para Ascensão reta α e declinação δ do eixo de rotação para 01/02 a 04/02.

DATA	$\chi(^{\circ})\text{calc.}$	$\chi(^{\circ})\text{INPE}$	$\Delta\chi(^{\circ})$	$\eta(^{\circ})$
01/02/2002	83,931138	83,931138	0	0
02/02/2002	83,902957	84,147218	0,244261	0,253318
03/02/2002	83,870246	84,339680	0,469434	0,491454
04/02/2002	83,852684	84,522759	0,670075	0,713069

Tabela 14 - Valores calculados e as diferenças entre os valores calculados e reais para Ascensão reta α e declinação δ do eixo de rotação para 05/02 a 11/02.

DATA	$\alpha(^{\circ})10^2$	$\delta(^{\circ})$	$\Delta\alpha(^{\circ})$	$\Delta\delta(^{\circ})$
05/02/2002	2,8005	63,39	0	0
06/02/2002	2,800462	63,390876	-0,013827	-0,069124
07/02/2002	2,800462	63,392441	-0,043809	-0,137559
08/02/2002	2,800483	63,393063	-0,081722	-0,186937
09/02/2002	2,800529	63,392643	-0,127048	-0,237357
10/02/2002	2,800579	63,391298	-0,192107	-0,278702
11/02/2002	2,800626	63,391251	-0,247342	-0,308749

Tabela 15 – Valores calculados e as diferenças entre os valores calculados e reais para Ascensão reta α e declinação δ do eixo de rotação para 05/02 a 12/02.

DATA	$\chi(^{\circ})\text{calc.}$	$\chi(^{\circ})\text{INPE}$	$\Delta\chi(^{\circ})$	$\eta(^{\circ})$
05/02/2002	84,800406	84,800406	0	0
06/02/2002	84,793011	84,842940	0,049929	0,069401
07/02/2002	84,782237	84,875248	0,093011	0,138945
08/02/2002	84,767253	84,884714	0,117462	0,190463
09/02/2002	84,738820	84,877811	0,138991	0,244028
10/02/2002	84,734462	84,880595	0,146133	0,291558
11/02/2002	84,721838	84,868309	0,146471	0,327822

Tabela 16 - Valores calculados e as diferenças entre os valores calculados e reais para Ascensão reta α e declinação δ do eixo de rotação para 12/02 a 23/02

DATA	$\alpha(^{\circ})10^2$	$\delta(^{\circ})$	$\Delta\alpha(^{\circ})$	$\Delta\delta(^{\circ})$
12/02/2002	2,7871	63,47	0	0
13/02/2002	2,787142	63,468238	-0,015773	0,018238
14/02/2002	2,787132	63,465577	-0,026813	0,045577
15/02/2002	2,787072	63,465346	-0,032759	0,075346
16/02/2002	2,787059	63,466148	-0,014129	0,106149
17/02/2002	2,787059	63,463556	0,025934	0,133556
18/02/2002	2,787028	63,462473	0,072791	0,152473
19/02/2002	2,787041	63,463787	0,134144	0,173787
20/02/2002	2,787089	63,464050	0,208995	0,194050
21/02/2002	2,787114	63,463250	0,291404	0,213250
22/02/2002	2,787095	63,464494	0,379570	0,224494
23/02/2002	2,787099	63,466972	0,479989	0,236972

Tabela 17 – Valores calculados e as diferenças entre os valores calculados e reais para Ascensão reta α e declinação δ do eixo de rotação para 12/02 a 23/02.

DATA	$\chi(^{\circ})\text{calc.}$	$\chi(^{\circ})\text{INPE}$	$\Delta\chi(^{\circ})$	$\eta(^{\circ})$
12/02/2002	85,201118	85,201118	0	0
13/02/2002	85,202939	85,185379	-0,017561	0,019553
14/02/2002	85,196201	85,156900	-0,039301	0,047127
15/02/2002	85,213994	85,153703	-0,060291	0,076757
16/02/2002	85,108865	85,036218	-0,072646	0,106337
17/02/2002	85,220956	85,146497	-0,074459	0,134059
18/02/2002	85,235122	85,167760	-0,067362	0,155920
19/02/2002	85,228697	85,173235	-0,055462	0,183889
20/02/2002	85,254895	85,218198	-0,036697	0,215482
21/02/2002	85,256938	85,243705	-0,013233	0,250103
22/02/2002	85,275816	85,293945	0,018129	0,281741
23/02/2002	85,289965	85,344618	0,054652	0,320173

Tabela 18 - Valores calculados e as diferenças entre os valores calculados e reais para Ascensão reta α e declinação δ do eixo de rotação para 12/02 a 23/02

DATA	$\alpha(^{\circ})$	$\delta(^{\circ})$	$\Delta\alpha(^{\circ})$	$\Delta\delta(^{\circ})$
24/02/2002	276,6	61,22	0	0
25/02/2002	276,594436	61,220496	0,174436	0,190496
26/02/2002	276,593774	61,223217	0,393774	0,393217
27/02/2002	276,597958	61,224901	0,657958	0,604901
28/02/2002	276,603702	61,225087	0,963702	0,805087

Tabela 19 – Valores calculados e as diferenças entre os valores calculados e reais para Ascensão reta α e declinação δ do eixo de rotação para 12/02 a 23/02.

DATA	$\chi(^{\circ})$ calc.	$\chi(^{\circ})$ INPE	$\Delta\chi(^{\circ})$	$\eta(^{\circ})$
24/02/2002	85,006544	85,006544	0	0
25/02/2002	85,083216	85,066440	-0,016776	0,208289
26/02/2002	85,136257	85,125036	-0,011221	0,437038
27/02/2002	85,205189	85,224469	0,019279	0,684209
28/02/2002	85,262743	85,346860	0,084117	0,932123

Nas Tabelas 20 a 23 encontram-se as médias e o desvio padrão obtidos para as diferenças dos valores calculados e valores reais para a ascensão reta α e declinação δ do eixo de rotação, ângulos de aspecto solar χ e para o erro de apontamento η , para diferentes conjuntos de dias em cada intervalo considerado. Por exemplo, na Tabela 20 correspondente ao primeiro período de 01/02 ao 04/02, calculou-se a média para 3 dias (de 01/02 ao 03/02) e para 4 dias (01/02 ao 04/02), sendo o desvio padrão apresentado apenas para 4 dias.

Tabela 20 – Médias e desvio padrão para o período de 01/02 ao 04/02.

DIAS	3	4	Desvio Padrão Para 4 dias
$\alpha(^{\circ})$	0,164143	0,228628	0,046276
$\delta(^{\circ})$	-0,236752	-0,349314	0,047742
$\chi(^{\circ})$	0,237898	0,345942	0,051178
$\eta(^{\circ})$	0,248257	0,364460	0,050092

Tabela 21 - Médias e desvio padrão para o período de 05/02 ao 11/02.

DIAS	$\alpha(^{\circ})$	$\delta(^{\circ})$	$\chi(^{\circ})$	$\eta(^{\circ})$
3	-0,019212	-0,068894	0,047647	0,069448
4	-0,034839	-0,098405	0,065101	0,099702
5	-0,053281	-0,126195	0,079879	0,128567
6	-0,076419	-0,151613	0,090921	0,155732
7	-0,100837	-0,174061	0,098857	0,180316
Desvio Padrão Para 7 dias	0,031776	0,039091	0,018789	0,041303

Tabela 22 – Médias e desvio padrão para o período de 12/02 ao 23/02.

DIAS	9	10	11	12	Desvio Padrão Para 12 dias
$\alpha(^{\circ})$	0,039154	0,064379	0,093033	0,125279	0,051124
$\delta(^{\circ})$	0,099908	0,111242	0,121538	0,131158	0,037314
$\chi(^{\circ})$	-0,047086	-0,043701	-0,038080	-0,030353	0,009671
$\eta(^{\circ})$	0,104347	0,118923	0,133725	0,149262	0,042354

Tabela 23 – Médias e desvio padrão para o período de 24/02 ao 28/02.

DIAS	3	4	5	Desvio Padrão Para 5 dias
$\alpha(^{\circ})$	0,189403	0,306542	0,437974	0,124354
$\delta(^{\circ})$	0,194571	0,297153	0,398741	0,102085
$\chi(^{\circ})$	-0,009332	-0,002179	0,015079	0,012549
η	0,215109	0,332384	0,452332	0,118614

Assim em todas as simulações realizadas nos diferentes intervalos, os resultados para o SCD2 permanecem dentro da precisão de $0,5^\circ$ estabelecida pelo INPE. Isso se deve ao fato de que no satélite SCD2 existe um controle periódico do centro de controle sobre o satélite. Os períodos de 12/02 a 23/02 e de 24/02 a 28/02 respectivamente das Tabelas 22 e 23, colocam-se entre os melhores intervalos, sendo que as simulações foram interrompidas devido a atuação do controle de atitude.

3.3 Comparação entre as duas abordagens

A primeira abordagem apresenta resultados mais próximos do real, pois as atualizações são diariamente atualizadas com base nos dados fornecidos. Fazendo uma comparação entre as duas abordagens percebe-se que a segunda abordagem é plausível, pois os resultados não se diferem muito da primeira abordagem, como pode-se observar na tabela a seguir.

Na tabela 24 a seguir foi feita uma comparação entre os dois métodos abordados através de suas médias. Para o SCD2 foi escolhido o melhor período encontrado nas simulações, que corresponde ao intervalo de 24/02/2002 à 28/02/2002. Para o SCD1 foram escolhidos dois períodos, o completo de 40 dias, que corresponde aos dias 24/07/1993 ao 01/09/1993, e o mesmo período de cinco dias do SCD2.

Tabela 24 – Médias comparativas das duas abordagens para o SCD1 e SCD2.

	Com Atualização 40 dias		SCD1		SCD2	
	SCD1	SCD2	21/08 a	25/08/1993	24/02 a	28/02/2002
			Com atualização	Sem atualização	Com atualização	Sem atualização
$\Delta\alpha$ ($^\circ$)	-1,081248	0,166571	-0,087831	-0,320581	0,192727	0,437974
$\Delta\delta$ ($^\circ$)	-0,009244	0,058395	0,195631	0,510789	0,161011	0,398741
$\Delta\eta$ ($^\circ$)	0,164480	0,071642	0,139382	0,373481	0,018884	0,015079
η ($^\circ$)	0,370427	0,145033	0,213296	0,515645	0,187136	0,452332

4 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi analisada a influência do torque de pressão de radiação solar na atitude de um satélite estabilizado por rotação de forma cilíndrica e em órbita circular. Um modelo matemático para do TPRS foi apresentado e assim foi possível fazer uma abordagem analítica para a busca de uma solução para as equações do movimento rotacional.

Foi considerado o torque de pressão de radiação solar associado apenas à força de pressão de radiação solar direta, ou seja, apenas à radiação proveniente do Sol.

A análise da atitude, além de soluções analíticas válidas para um período orbital para a velocidade de rotação, ascensão reta e declinação do eixo de rotação, também apresentou a determinação do erro de apontamento no eixo de rotação e ângulo de aspecto solar. A solução analítica mostra que o TPRS causa uma lenta precessão e deriva no eixo de rotação do satélite, associadas a uma variação linear no ângulo de declinação e variações na ascensão reta.

Para validar a teoria apresentada foram realizadas simulações numéricas com os dados dos Satélites de Coleta de Dados –SCD1 e SCD2, utilizando dados fornecidos pelo CCR/INPE. Para a altitude dos satélites SCD1 e SCD2, a magnitude do Torque de pressão de Radiação Solar Direta fica na faixa de 10^{-8} N.m, devido a pequena dimensão destes satélites, de modo que sua influência sobre o movimento do satélite é pequena.

Na primeira abordagem realizada, com a solução obtida na teoria desenvolvida, obtêm se um bom comportamento para o SCD1 nas simulações exceto pelo ângulo de ascensão reta. Para este ângulo, a média da diferença entre dados reais e obtidos excede a precisão requerido pelo INPE ($0,5^\circ$), atingindo um valor de $-1,081 \pm 1,5^\circ$. O melhor comportamento foi apresentado pela declinação do eixo de rotação, cuja média das diferenças em relação aos dados do INPE foi de $-0,009 \pm 0,2$, mostrando que o resultado da teoria é muito mais próximo do comportamento real.

No SCD2 observa-se um bom comportamento tanto na ascensão reta, que apresenta como média das diferenças entre dados reais e calculados de $0,16 \pm 0,2$, para a declinação do eixo de rotação, e de $0,058 \pm 0,1$ para a ascensão reta.

Na segunda abordagem, obtém-se intervalos plausíveis que comprovam a teoria, para os dois satélites estudados, SCD1 e SCD2. Para o SCD1 como não ocorre controle do INPE sobre a atitude do satélite, percebe-se que a diferença dos ângulos de aspecto solar e ascensão reta calculados com os reais são maiores, ultrapassando o erro aceitável em cinco dias. Já para o SCD2 como ocorre controle do INPE sobre a atitude do satélite, os resultados obtidos são mais próximos do real para os períodos abordados. Com uma pequena diferença dos ângulos calculados e os reais mesmo para um período de 12 dias. As simulações foram abordadas quando o controle de atitude atuava, pois a teoria aqui desenvolvida não inclui o controle de atitude.

As comparações dos resultados das abordagens realizadas com os dados reais acenam para uma coerência na teoria, podendo ser aplicada na predição do movimento rotacional de satélites artificiais estabilizados por rotação, principalmente se torques de maior magnitude e significância forem incluídos na teoria.

Saliente-se também que se a teoria pode ser aplicada à satélite com altitudes maiores e de maiores dimensões, para os quais a magnitude do TPRS é maior de modo que sua influência na atitude do satélite seria mais significativa.

Para melhor validar a solução analítica apresentada pode-se realizar as aplicações para outros períodos. Vale-se reassaltar que para o propagador analítico da atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação ficar completo, é necessário acoplar os demais torques externos atuantes no satélite, sendo que a abordagem isolada de cada torque já foi realizada anteriormente.

Os resultados parciais deste trabalho serão apresentados do SINCINPE2012, no Congresso Nacional de Matemática Aplicada em setembro de 2012, e no CBDO2012.

Saliente-se que os desenvolvimentos do torque de pressão de radiação solar para satélites estabilizados por rotação, a solução analítica das equações do movimento e os resultados correspondentes a abordagem com a atualização diária dos dados foram obtidos

por Gabriel Borderes Motta na primeira fase deste projeto (agosto/2011 – janeiro/2012), e fizeram parte de seu Trabalho de Conclusão de Curso junto ao Curso de Física da UNESP – Campus de Guaratinguetá (Motta, 2011). Os resultados correspondentes a abordagem sem atualização de dados foram obtidos por Marlon do Vale que assumiu o projeto em fevereiro de 2012.

REFERÊNCIAS

1° SATÉLITE DE COLETA DE DADOS – SCD1 Disponível em:<
http://www.inpe.br/scd1/site_scd/scd1/osatelite.htm>, Acesso em: ago. 2011, 17:23.

ASSIS, S. C. **Propagação da atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação: torque residual médio com modelo de quadripolo para o campo geomagnético.** Dissertação de Mestrado da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá – UNESP, 2004.

ASTRONÔMICAL ALMANAC. Software. Disponível em:<
<http://www.jb.man.ac.uk/almanac/>>. Acesso em: ago. 2011, 18:33.

BATE, R. R.; MUELLER, D. D.; WHITE, E. J., **Fundamentals of Astrodynamics**, 1971. Ed. Dover Publications, INC.

CHIARADIA, C.E. **Influência do Torque de Gradiente de Gravidade na Atitude de Satélites Artificiais estabilizados por rotação.** Trabalho de Graduação de Licenciatura em Física. Guaratinguetá, 2007.

CHIARADIA, J. E. **Torque aerodinâmico e o movimento rotacional de satélites artificiais estabilizados por rotação.** Trabalho de Graduação – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2010.

GARCIA, R. V., **Satélites Estabilizados por Rotação e o Torque Magnético Residual**, Dissertação de Mestrado da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá - SP, 2007.

GARCIA, R. V., ZANARDI, M. C., KUGA, H. K. **Spin-stabilized: analytical attitude propagation using magnetic torque**, *Mathematical Problems in Engineering*. v. 2009, article ID 242396, 18 pag., Hindawi Publishing Corporation, 2009.

KUGA, H. K., ORLANDO, V., LOPES, R. V. F. **Flight dynamics operations during leap for the INPE's second environmental data collecting satellite SCD2**. RBCM – Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences, v. 21- sp iss., p. 339-344, 1999.

KUGA, H. K.; SILVA, W. C. C.; GUEDES, U. T. V. **Dinâmica de atitude para satélites estabilizados por rotação**. São José dos Campos – SP, Relatório Técnico do INPE, INPE-4403-NTE/275. INPE – 1987a.

KUGA, H. K.; FERREIRA, L. D.; GUEDES, U. T. V. **Simulação de atitude e de manobras para o satélite brasileiro estabilizado por rotação**. Relatório Técnico do INPE, INPE-4271-PRE/1143, 1987b.

ORLANDO, V., LOPES, R. V. F., KUGA, H. K. **INPE's flight dynamics team experience trough four years of SCD1 in-orbit operations: main issues, improvements and tends**. ESA International Symposium on Spaceflight Dynamics, Darmstadt, Alemanha, p. 433-437, 1997.

ORLANDO, V. “Controle de Satélite no INPE”, UNESP, **Apostila da 13ª Escola de Verão em Dinâmica Orbital e Planetologia**, Guaratinguetá, SP, pp.177-195, 2009.

PEREIRA, A. J. **Propagação de atitude satélites estabilizados por rotação Torque Magnético Induzido**. Dissertação de Mestrado da Faculdade de Engenharia do Câmpus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá - SP, 2011

QUIRELLI, I. M. P. **Propagação analítica de atitude de satélite estabilizados por rotação**. Dissertação de Mestrado (mestrado em Física). Faculdade de Engenharia do Câmpus de Guaratinguetá, UNESP. Guaratinguetá-SP, 2002.

MOORE, R. C.; PISACANE V. L. **Fundamentals of space systems**. New York: Oxford University Press, 1994.

MOTTA, G.B.; ZANARDI, M.C.F.P.S.; SANTOS, J.C. **Matrizes de Mudança de Base como uma Representação de Atitude de Satélites Artificiais**. Anais do XXI Congresso de Iniciação Científica da UNESP. São José do Rio Preto, Novembro, 2009. (DVD).

MOTTA, G.B.; ZANARDI, M.C.F.P.S. **Torque de Pressão de Radiação Solar Direta em Termos dos Quatérnions de Atitude**. Anais do XXII Congresso de Iniciação Científica da UNESP. Guaratinguetá, 2010. (Online)<http://prope.unesp.br/xxii_cic/ver_resumo.php?area=100046&subarea=12869&congresso=30&CPF=35151745832>

MOTTA, G.B.; ZANARDI, M.C.F.P.S. **Desenvolvimento do Torque Pressão de Radiação Solar Direta Utilizando Quatérnions de Atitude**. Resumos do XV Colóquio Brasileiro de Dinâmica Orbital, pp. 97. Teresópolis, RJ, pp. 95, 2010.

MOTTA, G.B.; ZANARDI, M.C.F.P.S.; KUGA, H. K.; CHIARADIA, J. E. **Propagação da Atitude de Satélites Estabilizados por Rotação com Torque Aerodinâmico e sem Atualização Diária de Dados**. Anais da X Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações. Guaratinguetá, pp.120, 2010.(Online)<http://www.feis.unesp.br/dincon2011/program_book%20v3.pdf>

MOTTA, G.B. **Análise da Influência do Torque Aerodinâmico no Erro de Apontamento e no Ângulo de Aspecto Solar de Satélites Estabilizados por Rotação**. Relatório Final de Projeto de Iniciação Científica, São José dos Campos, SP, 2011

PEREIRA, A. J. **Ângulo de Aspecto Solar: Satélites Estabilizados por Rotação e Torques Externos**. Dissertação (Mestrado em Física) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2011.

SANTOS, J. C. **Relatório Final de Bolsa Pibic/CNPq 08/2010-03/2011**, Guaratinguetá, SP, 2011.

VILHENA DE MORAES , R ; ZANARDI, M. C. F. P. S. **.Influence of Earth's Shadow in the Rotational Motion of an Artificial Satellite Perturbed by Solar Radiation Torque**. Advances Space Research, v. 19, n. 11, p. 1715-1718, 1997.

WERTZ, J.R. **Spacecraft Attitude Determination and Control**. London, Reidel, vol. 73, 1978.

WINTER, O. C.; PRADO, A. F. B. A . **A Conquista do Espaço do Sputnik à Missão Centenário**, V.único, 1ªedição, editora: Livraria da Física, São Paulo, 2007.

ZANARDI, M.C.F.P.S. **Influência do torque de radiação solar na atitude de um satélite artificial**. Tese de Doutorado, ITA, São José dos Campos, 1993.

ZANARDI, M. C.; QUIRELLI, I. M. P.; KUGA, H. K. **Analytical attitude prediction of spin stabilized spacecraft perturbed by magnetic residual torque**. Adv. Spa. Res., v. 36, p. 460-465, 2005.

ZANARDI, M.C. **Dinâmica da Atitude de Satélites Artificiais**. Tese de Livre Docência, FEG/UNESP, Guaratinguetá, SP, 2005.

ZANARDI, M. C., PEREIRA, A. J., CHIARADIA, J. E. **SPIN STABILIZED SATELLITE'S ATTITUDE ANALYTICAL PREDICTION**, Proceeding of the 22nd

International Symposium on SpaceFlight Dynamic, p.1-10, São José dos Campos – SP, 2011.

MOTTA, G.B. **Satélites Estabilizados por Rotação e Torque de Radiação Solar Direto.** Trabalho de Graduação em Bacharelado em Física. Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, UNESP. Guaratinguetá-SP, 2002.

APÊNDICE A
ASCENSÃO RETA E DECLINAÇÃO DO SOL

Tabela A1 – Ascensão reta e declinação do sol para o período de simulação do SCD1

Dia	Ascensão Retra do Sol (°)	Declinação do Sol (°)
24/7/1993	124,35	19,70
25/7/1993	125,33	19,48
26/7/1993	126,30	19,25
27/7/1993	127,30	19,03
28/7/1993	128,28	18,80
29/7/1993	129,25	18,57
30/7/1993	130,23	18,32
31/7/1993	131,20	18,07
1/8/1993	132,18	17,82
2/8/1993	133,13	17,55
3/8/1993	134,10	17,30
4/8/1993	135,05	17,03
5/8/1993	136,03	16,75
6/8/1993	136,98	16,48
7/8/1993	137,93	16,20
8/8/1993	138,88	15,92
9/8/1993	139,83	15,62
10/8/1993	140,78	15,33
11/8/1993	141,73	15,03
12/8/1993	142,68	14,73
13/8/1993	143,60	14,43
14/8/1993	144,55	14,12
15/8/1993	145,48	13,80
16/8/1993	146,43	13,48
17/8/1993	147,35	13,17
18/8/1993	148,28	12,83
19/8/1993	149,20	12,52
20/8/1993	150,13	12,18
21/8/1993	151,05	11,85
22/8/1993	151,98	11,52
23/8/1993	152,90	11,17
24/8/1993	153,83	10,83
25/8/1993	154,73	10,48
26/8/1993	155,65	10,13
27/8/1993	156,58	9,78
28/8/1993	157,48	9,43
29/8/1993	158,38	9,07
30/8/1993	159,30	8,72
31/8/1993	160,20	8,35

Tabela A2 – Ascensão reta e declinação do sol para o período de simulação do SCD2

Dia	Ascensão Reta do Sol(°)	Declinação do Sol(°)
1/2/2002	315,43	-16,92
2/2/2002	316,45	-16,63
3/2/2002	317,45	-16,33
4/2/2002	318,48	-16,03
5/2/2002	319,48	-15,73
6/2/2002	320,48	-15,43
7/2/2002	321,48	-15,12
8/2/2002	322,48	-14,80
9/2/2002	323,45	-14,47
10/2/2002	324,45	-14,15
11/2/2002	325,43	-13,82
12/2/2002	326,43	-13,48
13/2/2002	327,40	-13,15
14/2/2002	328,38	-12,80
15/2/2002	329,35	-12,47
16/2/2002	330,33	-12,00
17/2/2002	331,28	-11,77
18/2/2002	332,25	-11,42
19/2/2002	333,20	-11,05
20/2/2002	334,18	-10,70
21/2/2002	335,13	-10,33
22/2/2002	336,08	-9,97
23/2/2002	337,03	-9,60
24/2/2002	337,98	-9,23
25/2/2002	338,93	-8,87
26/2/2002	339,88	-8,48
27/2/2002	340,80	-8,12
28/2/2002	341,75	-7,73
1/3/2002	342,68	-7,35
2/3/2002	343,63	-6,97
3/3/2002	344,55	-6,58
4/3/2002	345,48	-6,20
5/3/2002	346,40	-5,82
6/3/2002	347,35	-5,43
7/3/2002	348,28	-5,03
8/3/2002	349,20	-4,65
9/3/2002	350,10	-4,25
10/3/2002	351,03	-3,87
11/3/2002	351,95	-3,47
12/3/2002	352,88	-3,08